

Universidad Pedagógica Nacional
Francisco Morazán
Vicerrectoría de Investigación y Postgrado
Dirección de Postgrado
Maestría en Matemáticas Educativa



Tesis de Maestría

Relación entre las diferentes interpretaciones de las fracciones positivas y sus cuatro operaciones básicas en estudiantes del III ciclo de Educación Básica.

Tesista

Lic. Jacobo Eduardo Figueroa Paredes.

Asesor de Tesis

M.Sc. Juan Pineda

San Pedro Sula, Cortés, agosto 2020.

“Relación entre las diferentes interpretaciones de las fracciones positivas y las cuatro operaciones básicas, en alumnos del III Ciclo de Educación Básica”

Universidad Pedagógica Nacional
Francisco Morazán
Vicerrectoría de Investigación y Postgrado
Dirección de Postgrado
Maestría en Matemáticas Educativa



Relación entre las diferentes interpretaciones de las fracciones positivas y las cuatro operaciones básicas, en alumnos del III Ciclo de Educación Básica

Tesis para obtener el título de:

Máster en Matemática Educativa

Tesista

Lic. Jacobo Eduardo Figueroa Paredes

Asesor de Tesis

M.Sc. Juan Pineda

San Pedro Sula, Cortes, agosto 2020.

AUTORIDADES

Dr. **HERMES ALDUVÍN DÍAZ LUNA**
Rector

M.Sc. **BARTOLOMÉ CHINCHILLA CHINCHILLA**
Vicerrector Académico

M.Sc. **JOSÉ DARÍO CRUZ ZELAYA**
Vicerrector Administrativo

Dr. **JOSÉ HERNÁN MONTÚFAR CHINCHILLA**
Vicerrector de Investigación y Postgrado

Dra. **JENNY MARGOTH ZELAYA MATAMOROS**
Vicerrectora del CUED

M.Sc. **JOSÉ WILMER GODOY ZEPEDA**
Secretario General

Dr. **ROGERS DANIEL SOLENO**
Director de Postgrado

San Pedro Sula, Cortés, agosto del 2020.

TERNA EXAMINADORA

Esta tesis fue aceptada y aprobada por la terna examinadora nombrada por la Dirección de Estudios de Postgrado de la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, como requisito para optar al grado académico de Máster en Matemática Educativa

San Pedro Sula, agosto del 2020

Ph.D. Edgar Vásquez Alberto

Examinador presidente

M.Sc. Mario Roberto Canales Villanueva

Examinador

M.Sc. Francisco Sánchez Cabrera

Examinador

Lic. Jacobo Eduardo Figueroa Paredes

Tesista

Dedicatoria

A Dios Todopoderoso que me dio la sabiduría y oportunidad de seguir estudiando.

A mis dos hijos que pronto nacerán y que son el impulso más grande que me motivó a concluir esta tesis.

A mi esposa Keyla Toro, por motivarme siempre, a culminar el proyecto de investigación; a mis padres Jacobo Figueroa y Onoria Paredes, así como a mi hermana por su apoyo incondicional motivándome a alcanzar mis metas.

A mis compañeros de maestría por motivarme siempre a concluir el proyecto de investigación, y simultáneamente, que dicho proyecto los motive a terminar el propio.

Agradecimiento

A mi asesor de tesis M.Sc. Juan Pineda por la gentileza con la que siempre me atendió guiándome con sus conocimientos de manera acertada hacia la culminación de este trabajo de investigación.

A Lic. Claudia Velásquez por brindarme asesoría junto a su esposo, las cuales permitieron concluir el presente proyecto.

A Lic. Cesar Oswaldo Rivera y M.Sc. Selma Yadira Silva por su apoyo incondicional brindándome los permisos respectivos para poder cursar los estudios de maestría.

A mis compañeros de maestría con los que formamos un excelente equipo de aprendizaje y fuertes lazos de amistad.

Índice

Dedicatoria.....	1
Agradecimiento.....	2
Introducción.....	11
Capítulo I. Construcción del objeto de estudio.....	12
1.1 Situación problemática	13
1.2 Planteamiento del Problema	17
1.3 Objetivos.....	17
1.3.1 Objetivos Generales.....	17
1.3.2 Objetivos Específicos.	17
1.4 Preguntas de investigación.....	17
1.5 Justificación del Problema	18
1.6 Viabilidad de la Investigación.....	22
1.7 Delimitación del Problema	23
Capítulo II. Marco Teórico.....	24
2.1 Enseñanza de las fracciones en el Segundo Ciclo de Educación Básica.	25
2.2 Modelos, representaciones, recursos y actividades que utiliza el profesor en la enseñanza de las fracciones en el Segundo Ciclo de Educación Básica.....	29
2.3 Concepto de Fracción.....	30
2.4 Las fracciones y sus diferentes interpretaciones	31
2.4.1 La fracción como parte-todo, a veces continuo, a veces discreto.....	33
2.4.2 La fracción como razón.	33
2.4.3 La fracción como medida.....	36
2.4.4 La fracción como operador.	38
2.4.5 La fracción como cociente.	39
2.5 Dificultades en las operaciones con fracciones.....	41
2.5.1 Dificultades y errores relacionados con la estructura aditiva de las fracciones.....	43
2.5.2 Dificultades y errores relacionados con la estructura multiplicativa de las fracciones....	43
2.6 Dificultades y errores relacionados con los diferentes significados de la fracción	44
2.6.1 Desarrollo de la fracción como parte de un todo.	44
2.6.2 La fracción como parte en un conjunto discreto de objetos.	45
2.6.3 Representación de las fracciones como puntos en una recta numérica.....	45
2.6.4 La fracción como división indicada de dos números enteros.....	45
2.7 Representaciones Matemáticas	46
2.7.1 Primeras aproximaciones a los sistemas de representación.	46
2.7.2 Raymond Duval: sistemas de registros de representación.	46

2.7.3 Representación simbólica en educación matemática.....	49
2.7.4 Teoría para desarrollar competencias con símbolos matemáticos.....	50
2.7.5 Representaciones del Número Racional.....	51
Capitulo III. Marco Metodológico.....	55
3.1 Enfoque.....	55
3.2 Tipo de Estudio.....	56
3.3 Tipo de Diseño.....	56
3.4 Fuentes de información utilizadas.....	57
3.4.1 Fuentes Primarias.....	57
3.4.2 Fuentes Secundarias.....	57
3.5 Hipótesis.....	57
3.5.1 Hipótesis principal de la Investigación.....	57
3.5.2 Hipótesis Nula.....	58
3.6 Sistema de Variables.....	58
3.6.1 Variables a Correlacionar en el estudio.....	58
3.6.2 Definición operativa de variables.....	58
3.6.3 Matriz de operacionalización de variables.....	59
3.7 Población y muestra.....	63
3.7.1 Población.....	63
3.7.2 Muestra.....	63
3.8 Técnicas de recolección de Información.....	65
3.8.1 Etapas del proceso.....	65
3.8.2 Instrumentos de Recolección de Datos.....	66
3.8.3 Descripción y análisis del instrumento de recolección de datos.....	66
3.8.4 Procesos de Elaboración del instrumento.....	67
3.9 Técnicas para Procesamiento y análisis de la información.....	73
3.9.1 Estadística Descriptiva.....	73
3.9.2 Estadística Inferencial.....	74
Capitulo IV. Resultados.....	79
4.1 Estadística Descriptiva y Frecuencias.....	80
4.1.1 Datos generales de los instrumentos de investigación.....	80
4.1.2 Estadística descriptiva del Instrumento “Comprensión de las diferentes interpretaciones de la fracción”.....	83
4.1.3 Estadística Descriptiva del Instrumento “Capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones Positivas”.....	92

4.1.4 Estadísticos Descriptivos de los instrumentos de investigación (medidas de tendencia central).....	100
4.2 Estadística inferencial.....	101
4.2.1 Pruebas de Normalidad de las variables.	101
4.2.2 Prueba de Homogeneidad de Varianzas.....	106
4.2.3 Prueba de Kruskal-Wallis y U-Mann-Whitney.	108
4.2.4 Pruebas Chi- Cuadrado para ver la relación entre las variables independientes y dependientes.	114
4.2.5 Correlaciones entre variables independientes y dependientes.....	128
Correlación de Spearman.....	128
Capitulo V. Conclusiones y Recomendaciones	136
5.1 Conclusiones	136
5.2 Recomendaciones.....	139
Bibliografía.....	140

Índice de Figuras

Figura 1: Recuperado de “Fracciones. La Relación Parte-Todo”, Ciscar L., 1997, pag.161, Madrid, Vallehermoso, España: Síntesis.....	21
Figura 2: Recuperado de “El aprendizaje de fracciones en la educación primaria”, Zarzar, 2013, Horizontes, pedagógicos. V 15. N1.	32
Figura 3: Funcionamiento de la representación semiótica. Recuperado “Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivos del pensamiento”, Duval. R., 1993, Anales de Didáctica y de Ciencias Cognitivas, IREM, n. 5, pág.51.	49
Figura 4: Recuperado de “Introducción a las matemáticas”, Whitehead, A., 1944, Buenos Aries, EMECE.	54

Índice de Tablas

Tabla 1 Matriz de la operacionalización de la variable independiente	59
Tabla 2 Matriz de la operacionalización de la variable dependiente	62
Tabla 3 Población del estudio.....	63
Tabla 4 Muestra estratificada del estudio.....	65
Tabla 5 Construcción del instrumento de investigación (Comprensión de las interpretaciones de la fracción).	68
Tabla 6 Resumen de procesamiento de casos.....	70
Tabla 7 Estadísticas de Confiabilidad	70
Tabla 8 Construcción del instrumento de investigación (Capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas).	71

Tabla 9 Resumen de procesamiento de casos.....	72
Tabla 10 Estadísticas de confiabilidad	72
Tabla 11 Frecuencia de la edad de los estudiantes.....	80
Tabla 12 Frecuencia de participantes por género	81
Tabla 13 Frecuencia de participantes por grado y por sección.	81
Tabla 14 Frecuencia de Escuelas donde se graduaron los participantes.	82
Tabla 15 Frecuencia de la interpretación de la fracción como Parte-todo continuo	83
Tabla 16 Frecuencia de respuestas correcta e incorrectas. Interpretación parte todo continuo	83
Tabla 17 Frecuencia de la interpretación de la fracción como Parte-todo discreto.	85
Tabla 18 Frecuencia de respuestas correcta e incorrectas. Interpretación parte-todo discreto.	85
Tabla 19 Frecuencia de la interpretación de la fracción como medida.	86
Tabla 20 Frecuencia de respuestas correcta e incorrectas. Interpretación como medida.	86
Tabla 21 Frecuencia de la interpretación de la fracción como cociente.....	87
Tabla 22 Frecuencia de respuestas correcta e incorrectas. Interpretación como cociente.....	87
Tabla 23 Frecuencia de la interpretación de la fracción como razón.	89
Tabla 24 Frecuencia de respuestas correcta e incorrectas. Interpretación como razón.	89
Tabla 25 Frecuencia de la interpretación de la fracción como operador.....	90
Tabla 26 Frecuencia de respuestas correcta e incorrectas. Interpretación como operador.....	90
Tabla 27 Frecuencia de las respuestas de la operación básica adición.....	92
Tabla 28 Frecuencia de las respuestas correctas e incorrectas de la operación básica adición.	93
Tabla 29 Frecuencia de las respuestas de la operación básica sustracción.....	94
Tabla 30 Frecuencia de las respuestas correcta e incorrectas de la operación básica sustracción. ...	94
Tabla 31 Frecuencia de las respuestas de la operación básica multiplicación.....	95
Tabla 32 Frecuencia de las respuestas correctas e incorrectas de la operación básica multiplicación.	96
Tabla 33 Frecuencia de las respuestas de la operación básica división.	97
Tabla 34 Frecuencia de las respuestas correcta e incorrectas de la operación básica división.	97
Tabla 35 Tabla de medidas de dispersión de todas las variables del estudio.	100
Tabla 36 Prueba de normalidad con respecto a la variable grado de todas las variables del estudio.	101
Tabla 37 Prueba de normalidad con respecto a la variable Interpretación parte-todo-continuo de todas las variables dependientes del estudio.....	102
Tabla 38 Prueba de normalidad con respecto a la variable Interpretación parte-todo-discreto de todas las variables dependientes del estudio.....	103
Tabla 39 Prueba de normalidad con respecto a la variable Interpretación como medida de todas las variables dependientes del estudio.	103
Tabla 40 Prueba de normalidad con respecto a la variable Interpretación como cociente de todas las variables dependientes del estudio.	104
Tabla 41 Prueba de normalidad con respecto a la variable Interpretación como razón de todas las variables dependientes del estudio.	104
Tabla 42 Prueba de normalidad con respecto a la variable Interpretación como operador de todas las variables dependientes del estudio.	105

Tabla 43 Prueba de normalidad de la variable nota del instrumento de las interpretaciones de la fracción con respecto a la variable grado.	105
Tabla 44 Prueba de normalidad de la variable nota del instrumento de las operaciones básicas con fracciones positivas con respecto a la variable grado.	105
Tabla 45 Prueba de homogeneidad de varianzas. Variables dependientes controlado para el factor Interpretación parte todo-continuo.	106
Tabla 46 Prueba de homogeneidad de varianzas. Variables dependientes controlado para el factor Interpretación parte todo-discreto.	106
Tabla 47 Prueba de homogeneidad de varianzas. Variables dependientes controlado para el factor Interpretación como medida.	107
Tabla 48 Prueba de homogeneidad de varianzas. Variables dependientes controlado para el factor Interpretación como cociente.	107
Tabla 49 Prueba de homogeneidad de varianzas. Variables dependientes controlado para el factor Interpretación como razón.	107
Tabla 50 Prueba de homogeneidad de varianzas. Variables dependientes controlado para el factor Interpretación como operador.	108
Tabla 51 Rangos promedio. Variable nota del instrumento de las interpretaciones de la fracción respecto al grado.	108
Tabla 52 Prueba de Kruskal Wallis. Variable nota del instrumento de las interpretaciones de la fracción respecto al grado.	108
Tabla 53 Rangos promedio. Variable nota del instrumento de las interpretaciones de la fracción respecto a los grados de séptimo y octavo.	109
Tabla 54 Prueba U de Mann-Whitney. Variable nota del instrumento de las interpretaciones de la fracción respecto a los grados de séptimo y octavo.	109
Tabla 55 Rangos promedio. Variable nota del instrumento de las interpretaciones de la fracción respecto a los grados de octavo y noveno.	109
Tabla 56 Prueba U de Mann-Whitney. Variable nota del instrumento de las interpretaciones de la fracción respecto a los grados de octavo y noveno.	110
Tabla 57 Rangos promedio. Variable nota del instrumento de las interpretaciones de la fracción respecto a los grados de séptimo y noveno.	110
Tabla 58 Prueba U de Mann-Whitney. Variable nota del instrumento de las interpretaciones de la fracción respecto a los grados de séptimo y noveno.	110
Tabla 59 Tabla de correspondencia de la variable independiente con respecto a la variable grado.	111
Tabla 60 Rangos promedio. Variable nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones respecto al grado.	111
Tabla 61 Prueba de Kruskal Wallis. Variable nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones respecto al grado.	112
Tabla 62 Rangos promedio. Variable nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones respecto a los grados de séptimo y octavo.	112
Tabla 63 Prueba U de Mann-Whitney. Variable nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones respecto a los grados de séptimo y octavo.	112

Tabla 64 Rangos promedio. Variable nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones respecto a los grados de octavo y noveno.	113
Tabla 65 Prueba U de Mann-Whitney. Variable nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones respecto a los grados de octavo y noveno.	113
Tabla 66 Rangos promedio. Variable nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones respecto a los grados de séptimo y noveno.	113
Tabla 67 Prueba U de Mann-Whitney. Variable nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones respecto a los grados de séptimo y noveno.	113
Tabla 68 Tabla de correspondencia de la variable dependiente con respecto a la variable grado. .	114
Tabla 69 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación parte todo-continuo y operación básica adición.	114
Tabla 70 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación parte todo-continuo y operación básica sustracción.	115
Tabla 71 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación parte todo-continuo y operación básica multiplicación.	115
Tabla 72 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación parte todo-continuo y operación básica división.	116
Tabla 73 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación parte todo-discreto y operación básica adición.	116
Tabla 74 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación parte todo-discreto y operación básica sustracción.	117
Tabla 75 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación parte todo-discreto y operación básica multiplicación.	117
Tabla 76 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación parte todo-discreto y operación básica división.	118
Tabla 77 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como medida y operación básica adición.	118
Tabla 78 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como medida y operación básica sustracción. ..	119
Tabla 79 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como medida y operación básica multiplicación.	119
Tabla 80 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como medida y operación básica división.	120
Tabla 81 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como cociente y operación básica adición.	120
Tabla 82 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como cociente y operación básica sustracción. .	121
Tabla 83 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como cociente y operación básica multiplicación.	121
Tabla 84 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como cociente y operación básica división.	122
Tabla 85 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como razón y operación básica adición.	122
Tabla 86 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como razón y operación básica sustracción.	123
Tabla 87 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como razón y operación básica multiplicación.	123
Tabla 88 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como razón y operación básica división.	124
Tabla 89 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como operador y operación básica adición.	124
Tabla 90 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como operador y operación básica sustracción.	125
Tabla 91 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como operador y operación básica multiplicación.	125
Tabla 92 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como operador y operación básica división.	126

Tabla 93 Prueba de chi-cuadrado. Comprensión de las diferentes interpretaciones como de la fracción positiva y capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas.....	126
Tabla 94 Relación emparejada de las variables en estudio a través de la prueba no paramétrica Chi-Cuadrado.	127
Tabla 95 Correlación Rho de Spearman. Interpretación parte-todo y operación adición.....	128
Tabla 96 Correlación Rho de Spearman. Interpretación parte-todo y operación sustracción.....	129
Tabla 97 Correlación Rho de Spearman. Interpretación parte-todo y operación división.	129
Tabla 98 Correlación Rho de Spearman. Interpretación como medida y operación sustracción....	130
Tabla 99 Correlación Rho de Spearman. Interpretación como razón y operación sustracción.	130
Tabla 100 Correlación Rho de Spearman. Interpretación como operador y operación sustracción.	131
Tabla 101 Correlación Rho de Spearman. Interpretación como operador y operación sustracción.	131
Tabla 102 Correlación Rho de Spearman. Interpretación como operador y operación multiplicación.	132
Tabla 103 Correlación Rho de Spearman. Interpretación como cociente y operación sustracción.	132
Tabla 104 Correlación Rho de Spearman. Interpretación como cociente y operación multiplicación.	133
Tabla 105 Correlación Rho de Spearman. Interpretación como cociente y operación división.	133
Tabla 106 Correlación a través de la prueba-no paramétrica (ro-Spearman), de las variables emparejadas en estudio a través de la prueba no paramétrica (Chi-Cuadrado).	134
Tabla 107 Correlación Rho de Spearman. Comprensión de las interpretaciones de fracciones positivas y Capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas.....	135

Índice de Gráficas

Gráfica 1: Elaboración propia del autor, adaptado de los informes de rendimiento académico publicados por la Secretaria de Educación en los años 2012, 2013, 2014, 2015 y 2016.	19
Gráfica 2: Elaboración propia del autor, adaptado de los informes de rendimiento académico publicados por la Secretaria de Educación en los años 2012, 2013, 2014, 2015 y 2016.	20
Grafica 3: Frecuencia de la edad de los estudiantes.	81
Grafica 4: Frecuencia de respuestas correctas e incorrectas por edad. Interpretación parte-todo continuo.....	84
Grafica 5: Frecuencia de respuestas correctas e incorrectas por edad. Interpretación parte-todo discreto.	86
Grafica 6: Frecuencia de respuestas correctas e incorrectas por edad. Interpretación como medida.	87
Grafica 7: Frecuencia de respuestas correctas e incorrectas por edad. Interpretación como cociente.	88
Grafica 8: Frecuencia de respuestas correctas e incorrectas por edad. Interpretación como razón. 90	
Grafica 9: Frecuencia de respuestas correctas e incorrectas por edad. Interpretación como operador.	91

Grafica 10: Frecuencia de las respuestas correctas e incorrectas por edad. Operación básica adición.	94
Grafica 11: Frecuencia de las respuestas correctas e incorrectas por edad. Operación básica sustracción.....	95
Grafica 12: Frecuencia de las respuestas por edad. Operación básica multiplicación.	97
Grafica 13: Frecuencia de las respuestas correcta e incorrectas por edad. Operación básica sustracción.....	98
Grafica 14: Relación grafica de la variable independiente y la variable dependiente.....	101

Introducción

Las investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las fracciones en su mayoría se han desarrollado en el nivel primario, ya que en este nivel se enfatiza la enseñanza de este concepto, sin embargo, se considera necesario, continuar investigando en los niveles posteriores, es decir en la educación media, y encontrar en qué medida se puede disminuir la complejidad en la comprensión de este importante concepto, tomando en cuenta algunos modelos propuestos o ensayados en otros contextos.

Kieren (1997) citado por Charalambous & Pitta-Pantazi (2007) fue uno de los pioneros en cuestionar la comprensión del concepto de fracción como un solo elemento y recomienda reconocerlo como un juego de estructuras interrelacionadas: parte todo; cociente; operador; razón y medida. Este modelo teórico ha sido utilizado por muchos investigadores e incluso en planes de estudio como el desarrollado por el Proyecto de Números Racionales (RNP, por sus siglas en inglés) en USA, ya que las fracciones tienen una aplicabilidad en múltiples contextos como ser, la ciencia, la técnica, el arte, la vida cotidiana entre otros.

Con respecto a la teoría de investigación se encontró una gran cantidad de estudios relacionados con las diferentes interpretaciones de las fracciones y las cuatro operaciones básicas, sin embargo, para los fines de esta investigación solamente se tomaron cinco interpretaciones de la fracción, que pueden tener relación con las operaciones básicas de las fracciones, planteadas por Kieren (1997) citado por Llinares Ciscar & Sanchez Garcia (1997).

Este trabajo se encuentra estructurado en cinco capítulos que tratan de lo siguiente:

El primer capítulo lo constituye la *Construcción del Objeto de Estudio* donde se hace una descripción del planteamiento del problema, objetivos generales y específicos, las preguntas de investigación y la justificación del porqué se debe investigar el problema planteado.

En el segundo capítulo se encuentra el *Marco Teórico* donde se da a conocer algunos antecedentes como ser la enseñanza de las fracciones en el segundo ciclo, también se abordan los conceptos de fracción desde diferentes autores, como las diferentes interpretaciones de las fracciones y las cuatro operaciones básicas. Por último, en este capítulo se abordan,

aspectos relacionados a las dificultades en el aprendizaje y resolución de operaciones con fracciones positivas, y finaliza con la teoría de representaciones de Raymon Duval.

El tercer capítulo describe el *Marco Metodológico*, en el cual se da a conocer el enfoque, tipo de estudio, tipo de diseño, las hipótesis, variables, matriz de variables, la población y la muestra, así como las técnicas de validación de instrumentos, de recolección de datos y el análisis de los datos de la investigación.

En el cuarto capítulo, se detallan los *Resultados del Proceso de Investigación* junto con sus respectivos análisis y finalmente, en el quinto capítulo se dan a conocer las *conclusiones* del estudio y las *recomendaciones* que espero se tomen en cuenta para mejorar el desempeño de los alumnos en matemáticas en el área de fracciones en el III ciclo de educación básica.

Capitulo I. Construcción del objeto de estudio.

El presente capítulo expone brevemente la construcción del objeto de estudio que se abordará en esta investigación, en él se apreciarán comentarios sobre el rendimiento de los estudiantes en matemáticas enfatizando en el área de fracciones, también algunos estándares en el área de fracciones, que según el DCNB los estudiantes deberían de cumplir al terminar el segundo

y tercer ciclo de la educación básica, también se abordan aspectos relacionados con las dificultades y retos que implica el aprendizaje de las fracciones, se realiza el planteamiento del problema, se exponen los objetivos, preguntas, justificación, viabilidad y delimitación de la investigación.

1.1 Situación problemática

En la actualidad la Matemática es una asignatura, poco comprendida por parte de los estudiantes de secundaria, los cuales expresan constantemente un rechazo a la matemática, dichos estudiantes muestran apatía, desinterés, desmotivación a la clase de matemáticas, creando estas situaciones problemas de conducta y especialmente de aprendizaje en dicha asignatura. Y es que Ernest (2000) menciona que “generalmente, las matemáticas son consideradas como algo difícil, frío, abstracto, teórico y que se escapa a la razón” (pág. 9). También se la considera remotas e inaccesibles.

El rendimiento académico en la asignatura de matemáticas muestra un bajo nivel educativo, los estudiantes no están logrando cumplir con los estándares educativos en varias áreas de esta asignatura, como ser geometría, estadística, álgebra, y especialmente aritmética como lo muestra Secretaria de Educación (2016) en el informe nacional de rendimiento escolar (pág. 25); muchos estudiantes están teniendo serios problemas al momento de resolver problemas que impliquen procesos elementales como ser suma, resta, multiplicación y división, usando números naturales, números enteros y números fraccionarios.

A través de la aplicación de un diagnóstico realizado por Colindres (2010) en la Escuela Normal Mixta Pedro Nufio, en el año 2010 se detectó que, una de las deficiencias más importantes en la matemática, específicamente en el área de la aritmética es el desarrollo de operaciones con fracciones, donde los alumnos no comprenden los conceptos, definiciones y algoritmos con fracciones. Es común en el III ciclo de educación básica en Honduras, que los alumnos que ingresan a este nivel educativo no manejen los algoritmos para poder realizar las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división con números fraccionarios, y también que no comprendan cuales son las diversas interpretaciones que una fracción puede tener. Tal como lo plantea Arias (2012).

El 44% de los estudiantes no alcanza los desempeños mínimos establecidos en la evaluación del área de Matemáticas al momento de culminar la primaria, el 31% están en el nivel mínimo siendo capaces de utilizar operaciones básicas para solucionar problemas, el 17% están en el nivel satisfactorio en donde además reconocen diferentes maneras de representar una fracción propia en relaciones parte-todo y estiman la probabilidad de un evento para resolver situaciones en contextos de juegos o en acontecimientos cotidianos entre otros aspectos, y solo el 8% de los estudiantes de quinto de primaria se ubica en un nivel avanzado en el cual además de las competencias anteriores demuestran reconocimiento y utilización de la fracción como operador en lo concerniente a aspectos relacionados con las fracciones. (pág. 1).

Sin embargo, según Secretaria de Educación (2000), en el Currículo Nacional Básico al finalizar el Segundo Ciclo de Educación Básica los alumnos deberían tener las siguientes competencias relacionadas con fracciones: “Dominan las cuatro operaciones básicas del cálculo con números naturales, fraccionarios y decimales; Estiman, redondean y hacen cálculos mentales con números naturales, fraccionarios y decimales.” (pág. 375). De acuerdo con esto Arias (2012) afirma “las deficiencias de los estudiantes en el área de las fracciones se presentan en el transcurso de la educación básica sin ser tratado dicho problema, llegando estos a séptimo grado con dichas falencias”. (pág. 1).

En educación media es indispensable tener las competencias en el área de la aritmética, tanto con números naturales como con números fraccionarios debido a que en este nivel los contenidos curriculares en el área de matemáticas exigen competencias en el manejo de las operaciones con fracciones.

Dentro de los principales temas que tienen los libros de matemáticas de la Secretaria de Educación de Honduras de séptimo grado de educación básica, donde se deberían trabajar ejercicios relacionados con fracciones están: Números enteros, variables y expresiones, ecuaciones lineales en una variable, razones y proporciones; en octavo grado aparecen temas como potenciación, polinomios con coeficientes fraccionarios, números reales (definición del conjunto de números racionales), expresiones racionales algebraicas, tanto por ciento, semejanza de triángulos; en noveno grado aparecen temas como interés (tasa de interés), inecuaciones, ecuaciones cuadráticas, sistemas de ecuaciones lineales, ecuaciones lineales en

dos variables (funciones lineales); en concordancia con esto Vargas (2012) “enfatisa que pocos conceptos matemáticos son tan fundamentales, como los números fraccionarios y, al mismo tiempo, tan complejo de enseñar y de aprender, por ser susceptibles de confusión”. (pág. 6).

Por otro lado, León & Fuenlabrada (1996) afirman “la enseñanza de las fracciones es una tarea difícil, que se atribuye a varios factores, y entre ellos la falta de conocimiento tanto del docente como del alumno sobre los distintos significados que tiene el concepto.” (pág. 3). En relación al primer factor mencionado por León & Fuenlabrada (1996), sobre la falta de conocimiento del docente citado por Llinares Ciscar & Sanchez Garcia (1997) en su estudio de fracciones, concluyen que “la comprensión de los conceptos implicados influye en la estrategia instruccional que el profesor utiliza y sugieren que la formación inicial del profesorado debería concentrarse en desarrollar el conocimiento acerca de la relación entre los procesos matemáticos y la modelización de dichos procesos”.

Los temas anteriores se enseñan en séptimo, octavo y noveno grado, sin embargo, los docentes comúnmente evitan trabajar con los alumnos ejercicios y problemas que impliquen el uso de operaciones con fracciones; debido a las falencias que los alumnos presentan en cuanto al concepto e interpretaciones sobre fracciones y al uso adecuado de los algoritmos, esto lo afirma Vargas (2012) cuando menciona. “el niño o niña que no los haya comprendido e interiorizado en esta etapa de su formación (que es el punto de inflexión para su ingreso a la secundaria) tendrá mucha dificultad para aprender luego los conceptos y aplicaciones posteriores de uso universal como: porcentaje, proporción, velocidad, aceleración, densidad, escalas, y un largo etcétera.”(pág. 17); por lo que, los estudiantes pasan a octavo grado, noveno grado, bachillerato, e incluso ingresan a la universidad sin tener las competencias para la resolución de ejercicios y problemas que impliquen operaciones con fracciones y sin comprender las diferentes interpretaciones que tiene una fracción. En la actualidad son muchas las investigaciones que se han hecho sobre las fracciones, Olguín Trejo & Valdemoros Alvarez (2005), Yapó (2011), Díaz (2014), Rincón (2011), Woerle (2010), García (2010); sabiendo que este es uno de los conceptos más complejos de comprender en los estudiantes en cualquier nivel en el que se desenvuelvan.

Desde la didáctica de la matemática se han abordado diferentes investigaciones relacionadas con los números racionales, algunos investigadores como Kieren (1983); Freudenthal (1983); Ohlsson (1980); Vergnaud, (1983); han promovido grandes avances en el manejo y la interpretación de los números racionales. En Freudenthal (1983) se ha trabajado el concepto de reparto desde dos aspectos que organizan las ideas sobre las fracciones: como fracturantes y comparadores, las primeras hacen referencia a la forma cómo la unidad ha sido dividida en varias partes iguales y la segunda se refiere al proceso de comparar diferentes fracciones.

En cuanto a las investigaciones relacionadas con la resolución de problemas; trabajos como los de Shoenfeld (1985) y Puig (1996), han desarrollado notablemente el concepto de resolución de problemas, pero en lo que relaciona a este con los números racionales, solo se han encontrado sobre el concepto de reparto, en la investigación de León Pérez (1998), Rodríguez (2005), en el campo de resolución de problemas en matemáticas más no específicamente en racionales, así como las investigaciones asociadas con resolución de problemas desde el campo de la física, asociados a la dinámica de Bastián, César, Sánchez-Guzmán (2010), y la tesis de maestría de Téllez (2010), donde se desarrollan diferentes propuestas de aprendizaje basado en problemas que permiten la mejor asimilación de diferentes conceptos y su posterior aplicación en situaciones reales.

Las investigaciones sobre fracciones en su mayoría se han desarrollado en educación básica específicamente en el segundo ciclo, ya que en este nivel se enfatiza la enseñanza de este concepto, sin embargo se considera necesario, continuar investigando en los niveles posteriores, es decir en III ciclo de educación básica y en educación media, y encontrar en qué medida se puede disminuir la complejidad en la comprensión tanto del concepto (tomando en cuenta sus diferentes interpretaciones) como de los algoritmos, tomando en cuenta algunos modelos propuestos y ensayados en otros contextos. Para esta situación Orduz (2012) enfatiza.

Desde lo disciplinar los niños aprenden fracciones cuando entienden su significado, las escriben correctamente y describen qué significa el numerador y el denominador; cuando comprenden los textos que contienen fracciones; cuando hacen operaciones

de fraccionarios y logran interpretar los resultados; cuando comprenden los problemas en diferentes contextos, proponen soluciones, resuelven los problemas e interpretan los resultados que obtienen. (pág. 10).

1.2 Planteamiento del Problema

Tomando en cuenta todo lo anterior esta investigación se centra en: Establecer la relación entre la comprensión de las diferentes interpretaciones de las fracciones positivas y la capacidad de resolución de las cuatro operaciones básicas, en alumnos del III Ciclo de Educación Básica.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivos Generales.

- Establecer relación entre la comprensión de las diferentes interpretaciones de las fracciones positivas y la capacidad de resolución de las cuatro operaciones básicas, en alumnos del III Ciclo de Educación Básica.

1.3.2 Objetivos Específicos.

1. Determinar si existe diferencia en la comprensión de las diferentes interpretaciones de la fracción positiva en los grados de séptimo, octavo y noveno.
2. Determinar si existe diferencia en la capacidad de resolución de las cuatro operaciones con fracciones positivas en los grados de séptimo, octavo y noveno.
3. Determinar si existe relación emparejada entre la comprensión de las cinco interpretaciones de la fracción positiva y la capacidad de resolución de las cuatro operaciones básicas en los estudiantes del III Ciclo de Educación Básica.
4. Establecer el grado de correlación emparejada entre cada una de las cinco interpretaciones de la fracción positiva que están relacionadas con cada una de las cuatro operaciones básicas en los estudiantes del III Ciclo de Educación Básica.

1.4 Preguntas de investigación

1. ¿Existe diferencia en la comprensión de las diferentes interpretaciones de la fracción positiva en los grados de séptimo, octavo y noveno?

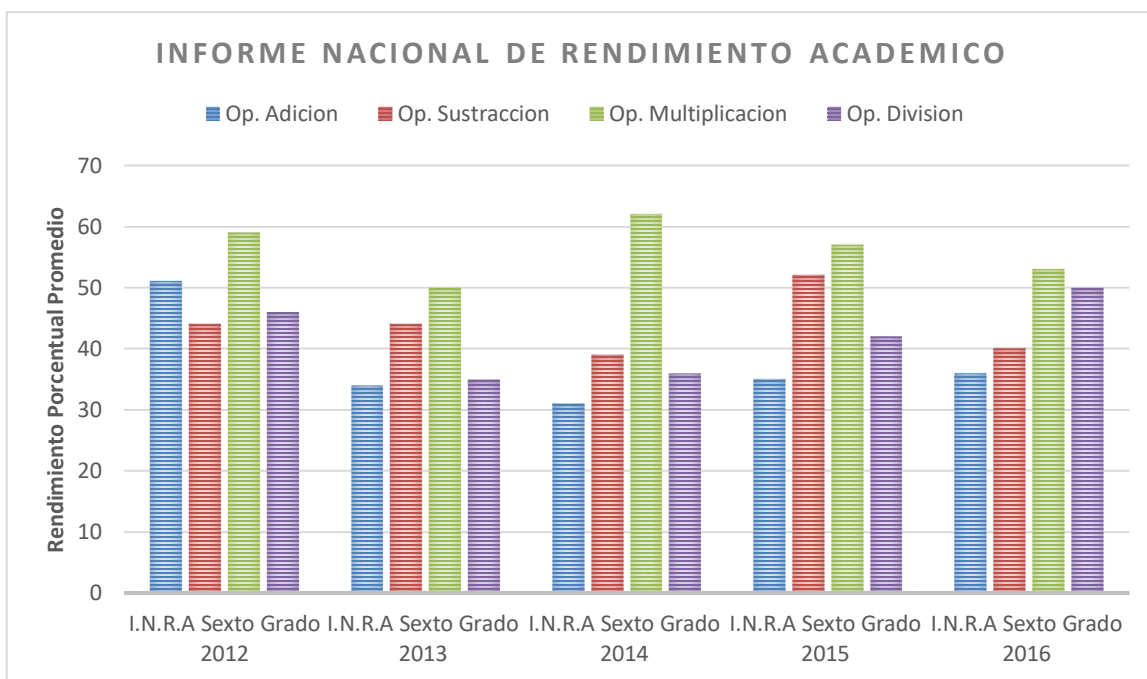
2. ¿Existe diferencia en la capacidad de resolución de las operaciones básicas con fracciones positiva en los grados de séptimo, octavo y noveno?
3. ¿Cuáles de las cinco interpretaciones de la fracción positiva están relacionadas con cada una de las cuatro operaciones básicas de fracciones positivas?
4. ¿Cuál es el grado de correlación, de las diferentes interpretaciones de la fracción positiva que están relacionadas con cada una de las cuatro operaciones básicas de fracciones positivas?

1.5 Justificación del Problema

A pesar de que la mayoría de las aplicaciones de las matemáticas en la vida social se pueden ver a diario en los medios de comunicación, en las emisiones deportivas y en la retransmisión del tiempo y hasta en la información económica y social, la gente ha optado por dejarlas al margen de su vida cotidiana.

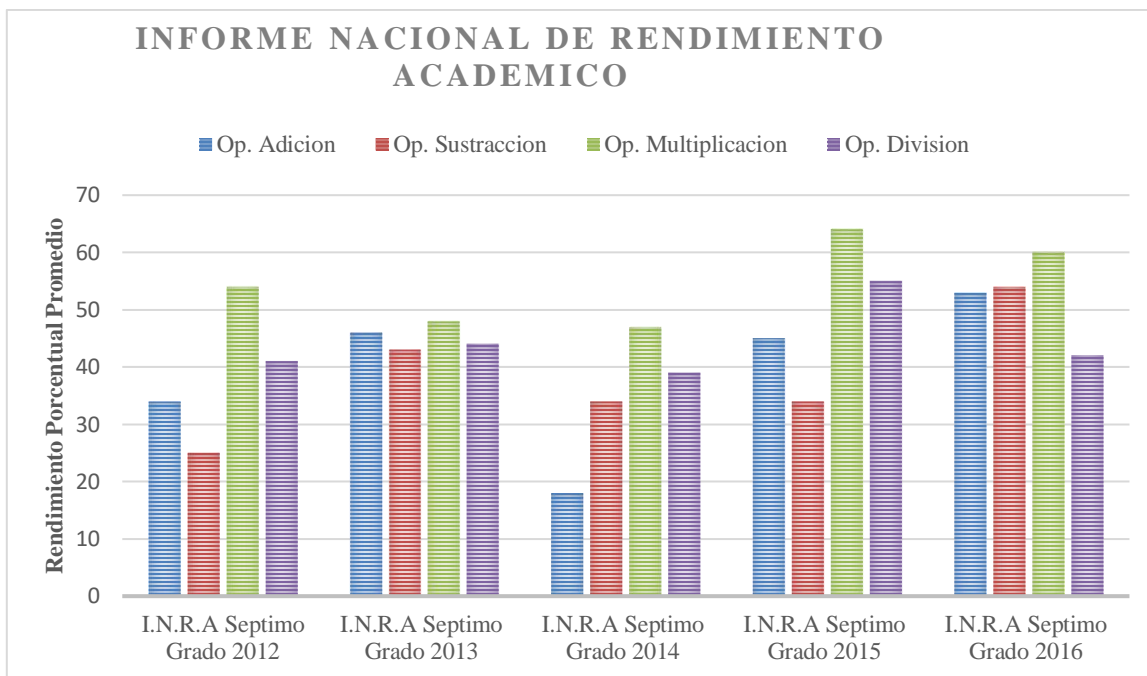
Ernest (2000) afirma: “La imagen popular de las matemáticas es negativa y se las considera como algo remoto y extraño para muchos, tanto a nivel profesional como a nivel académico y personal.” (pág. 10). Un aspecto particular de esta situación son las fracciones y sus diferentes interpretaciones, estas son un problema para los estudiantes ya que, se les dificulta este concepto, lo que conlleva a un aprendizaje momentáneo y no para toda la vida, se preocupan más por memorizar un algoritmo y no por comprender el significado de este y su aplicación.

Los informes nacionales de rendimiento académico Secretaria de Educación (2012), (2013), (2014), (2015) y (2016); muestran que los estudiantes de sexto y séptimo grado están teniendo serios problemas al momento de resolver problemas que impliquen procesos elementales como ser adición, sustracción, multiplicación y división, usando números fraccionarios como lo muestran las siguientes graficas. No aprueban los estándares relacionados a las fracciones. La gráfica 1 muestra que los estudiantes de sexto grado no alcanzan el 65% de rendimiento porcentual promedio, en ninguna de las cuatro operaciones básicas, además siendo la adición, sustracción y división las operaciones más bajas en el transcurso de los cinco años.



Gráfica 1: Elaboración propia del autor, adaptado de los informes de rendimiento académico publicados por la Secretaria de Educación en los años 2012, 2013, 2014, 2015 y 2016.

La gráfica 2 muestra claramente que los estudiantes de séptimo grado no alcanzan el 65% de rendimiento porcentual promedio, en ninguna de las cuatro operaciones básicas, además siendo la adición, sustracción, y división las operaciones más bajas en el transcurso de los cinco años.



Gráfica 2: Elaboración propia del autor, adaptado de los informes de rendimiento académico publicados por la Secretaría de Educación en los años 2012, 2013, 2014, 2015 y 2016.

Brown & Quinn (2006) consideran que “si el estudiante aprende a base de algoritmos cuando el concepto va más allá de la fuerza cognitiva del aprendiz entonces este deja su propio pensamiento y opta por la memorización haciéndolo entender” (pág. 29). La importancia del correcto aprendizaje de este contenido radica en el uso que se le da posteriormente al abordar diversos temas ya que como menciona Lamond (2006) citado en Gaspar (2008) “el aprendizaje de las fracciones marca el inicio del viaje hacia la comprensión de los números racionales y hacia el razonamiento proporcional”, además hasta en la simple compra de un artículo en una tienda o en un supermercado se usan las fracciones, por ejemplo cuando se refiere a un medio litro de leche, un cuarto de aceite para auto, yarda y media de tela, descuento en el precio de un artículo, entre otros.

Sobre las aplicaciones de las fracciones en situaciones de la vida diaria son diversas, autores como Lamon (2003) citado en Charalambous & Pitta-Pantazi (2007) proponen, una serie de problemas en muchos de sus estudios, en los que se evidencian dificultades de los estudiantes para resolverlos. Por ejemplo “Siete personas desean compartir tres pizzas de pepperoni idénticas ¿Cuánta pizza comerá cada persona?” (pág. 297). Estas situaciones aparentemente son sencillas de resolver, sin embargo, los autores anteriormente mencionados expresan las

dificultades que causa en los estudiantes tratar de resolver este tipo de problemas. En las evaluaciones los estudiantes muestran las debilidades que tienen, así como las confusiones con los algoritmos, por ejemplo, Llinares Ciscar & Sánchez García (1997) lo afirma. “Estas respuestas corresponden a uno de los errores más comunes a la adición de fracciones.” (pág. 161):

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5} \quad \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6}$$

Figura 1: Recuperado de “Fracciones. La Relación Parte-Todo”, Ciscar L., 1997, pag.161, Madrid, Vallehermoso, España: Síntesis.

La suma, es un caso particular, donde el estudiante suma numerador con numerador y denominador con denominador. Según Parra Alvarez & Flores Macías (2008), las fracciones se estudian desde los primeros ciclos de la educación básica con más énfasis en los grados cuarto, quinto y sexto, luego en séptimo grado, en el III ciclo de educación básica se enseña como números racionales, como razones y proporciones, etc.; en ambos niveles los alumnos presentan problemas de aprendizaje. (pág. 3). Lo que no debería ser, ya que en secundaria se espera que ellos tengan conocimientos previos sobre fracciones, pero cuando se desarrollan actividades de aprendizaje que involucren fracciones en el aula de clases, los estudiantes aparentemente no tienen dominio sobre este concepto, parece que es algo desconocido o nuevo, lo que es motivo de preocupación y significa que no hubo aprendizaje significativo.

Según el National Council of Teachers of Mathematics (2000), en los niveles 6, 7 y 8 el estudiante debe desenvolverse muy bien con fracciones, mostrar mayor soltura operatoria y debería darse mayor importancia a las operaciones con números racionales y experiencias anteriores con fracciones. También establecen que los alumnos cuando poseen una base sólida conceptual sobre fracciones deberían en menor escala cometer errores con ella frente al que no las tiene (pág. 222).

Al analizar el Currículo Nacional Básico (CNB) en el tercer ciclo se encuentran unidades de números racionales teniendo como meta principal: “lograr que los estudiantes desarrollen habilidades y destrezas para resolver problemas de la vida diaria que involucren operaciones con fracciones”, al respecto el NCTM (2000) establece que en esta etapa el alumno debe ser

hábil en el trabajo con fracciones, tener una fuerte comprensión de las diferentes formas de representación.

El estudio permitirá mejorar de forma gradual los procesos de enseñanza-aprendizaje en el área de fracciones, específicamente en la resolución de operaciones básicas con fracciones positivas; ya que este, brinda un aporte teórico a los docentes que justifica su praxis educativa. El estudio también sirve como aporte teórico a futuras investigaciones relacionadas con el aprendizaje del concepto de fracción y sus diferentes interpretaciones, como a investigaciones relacionadas con la resolución de problemas y operaciones con fracciones positivas, ya sea en Educación Básica o Media.

Por otra parte, los estudiantes se benefician ya que permite al docente aplicar una secuencia curricular diferente en el aula de clase, enfocándose primero en que el estudiante comprenda las diferentes interpretaciones que puede tener una fracción antes de enseñar las operaciones básicas con fracciones positivas; con lo que mejoraría significativamente la capacidad de resolución de problemas que impliquen operaciones básicas con fracciones. Además, con este estudio se realiza un aporte para mejorar los estándares de contenido en el área de fracciones planteados en el Tercer Ciclo del Diseño Curricular Nacional Básico.

Tomando en cuenta las líneas de investigación que tiene como prioridad la Universidad Pedagógica Nacional “Francisco Morazán” la investigación responde específicamente a la línea de formación y profesión docente, debido a que, es un aporte teórico en las concepciones que tienen los estudiantes de las diferentes interpretaciones de una fracción y las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división de fracciones.

1.6 Viabilidad de la Investigación

La investigación es un estudio cuantitativo correlacional aplicado a dos conceptos matemáticos en el campo de las fracciones; en este campo existe una gran cantidad de investigaciones realizadas a nivel latinoamericano tanto en nivel de educación básica como en educación media, por lo que el recurso bibliográfico es extenso. Sin embargo, a nivel

nacional se han realizados pocos estudios en esta área de la matemática; y un porcentaje muy bajo de ellos son estudios correlacionales, entre conceptos e interpretaciones de fracciones positivas y operaciones con fracciones positivas, por lo que la realización del estudio será un aporte teórico en el área de las fracciones.

Llinares Ciscar & Sanchez Garcia (1997) en su libro “Fracciones. La Relación parte todo” mencionan que algunas interpretaciones de las fracciones están relacionadas con el aprendizaje de ciertas operaciones; por lo cual es interesante llevar a cabo el estudio correlacional entre las interpretaciones de la fracción y sus operaciones básicas.

La población y muestra considerada para el estudio son estudiantes del III Ciclo de Educación Básica del Centro de Educación Media Gubernamental Técnico Santa Bárbara ubicado en la ciudad de Santa Bárbara, que tiene una población aproximada de 500 alumnos de los cuales se hizo un muestreo estratificado de 218 a los cuales se les aplico dos instrumentos de investigación por estudiante por lo que los datos se obtuvieron de forma inmediata.

Los gastos económicos como ser: copias, impresiones y transporte, fueron cubiertos en su totalidad con recursos propios del investigador, por lo tanto, no se necesitó financiamiento de ninguna otra entidad. Cabe señalar que, el investigador fue formado bajo el programa de Maestría en Matemática Educativa de la UPNFM, este recibió y aprobó cada uno de los módulos por lo que, cuenta con los conocimientos y habilidades necesarias para materializar el presente proyecto de investigación, también labora en el mismo nivel educativo en el cual se desarrolla este estudio, por lo que está familiarizado con el ambiente de trabajo y posee las competencias para alcanzar los objetivos propuestos. Además, se contó con la disponibilidad de un asesor de tesis permanente, asignado por la UPNFM el cual hizo las correcciones pertinentes en cada etapa de la construcción del informe final. Por tanto, la investigación es totalmente viable.

1.7 Delimitación del Problema

La presente investigación se limita a estudiar la relación que existe entre la capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas y la comprensión de las diferentes interpretaciones que tiene la fracción positiva.

Desde el punto de vista conceptual, para este estudio se consideraron solamente las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división de las fracciones positivas, y cinco interpretaciones de las fracciones, las cuales fueron reconocidas por Kieren (1993) citado en Carpenter, Fennema, & Romberg (2009); estas son: relación parte-todo y parte-parte, cociente, razón, operador y medida.

El estudio se lleva a cabo en el Centro de Educación Media Gubernamental Técnico Santa Bárbara donde fue seleccionada una muestra estratificada, que permite obtener un número de estudiante participantes por curso y sección, lo cual logra abarcar una pequeña muestra proporcional al total de alumnos que hay en cada grado y en cada sección. Con este tipo de muestreo se logra la representación de todos los estudiantes de la Institución. El estudio se realizó en los meses de septiembre, octubre y noviembre del año 2017.

Sintetizando este capítulo, el proceso de enseñanza-aprendizaje de las fracciones a lo largo de los años ha representado un reto para los docentes y para los alumnos, dada la naturaleza de esta área de la matemática. Muchas investigaciones se han realizado en torno a este tema, investigaciones que abarcan los grados que comprenden, el segundo y tercer ciclo de la educación básica. En su mayoría estas investigaciones están orientadas a propuestas didácticas y materiales que pueden ayudar a comprender algunos conceptos u operaciones de las fracciones. Por tal razón este estudio tiene un enfoque en establecer la relación que existe en el dominio los cinco conceptos propuestos por Thomas Kieren y las operaciones básicas con fracciones. Esto en esencia representa un aporte teórico que fundamenta la secuencia didáctica y los procesos que los docentes planifican al momento de empezar a adentrarse a este mundo de las fracciones.

Capítulo II. Marco Teórico

En este capítulo se presenta una síntesis de los aspectos teóricos pertinentes y relevantes para este estudio, se aborda aspectos como la enseñanza de las fracciones en el segundo ciclo de la educación básica; modelos, recursos, representaciones y actividades que el docente utiliza

al momento de trabajar en la temática de fracciones; el concepto de fracción, sus diferentes interpretaciones, dificultades en las operaciones con fracciones, etc. Estos aspectos presentan la situación teórica actual pertinente para este estudio.

2.1 Enseñanza de las fracciones en el Segundo Ciclo de Educación Básica.

Chamorro (2003) afirma “un momento importante en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Primaria se presenta con la introducción de las fracciones, decimales y la razón. La importancia de este hecho radica en que hay que pensar en relaciones entre cantidades, en el uso de nuevos sistemas de símbolos para representar dichas relaciones y en la ampliación del sistema de numeración decimal” (pág. 188).

La temática de las fracciones en este Ciclo de la Educación Básica se introduce en cuarto grado, en la unidad 11 de los libros de matemáticas emitidos por la Secretaría de Educación (2012), libros denominados “Guía del maestro. Cuarto Grado” y “Cuaderno del Estudiante. Cuarto Grado”. En Cuarto Grado la unidad de Fracciones consta de dos temas, el primero es “cantidad menor o igual que 1 en forma fraccionaria”; el segundo es “estimación del concepto de número fraccionario para representar situaciones de la vida real” dichos temas tienen una duración anual de 7 horas clase, donde cada hora clase consta de 45 minutos.

En este grado las expectativas de logro planteadas para esta unidad son: desarrollar el concepto de fracción; reconocer el numerador y el denominador de una fracción; resuelven problemas que implican la adición y sustracción de fracciones que tienen el mismo denominador. Al finalizar dicho Grado los alumnos deberán ser capaces de “desarrollar el concepto de fracción y clasificar las fracciones” (pág. 52).

La conceptualización de la fracción en este año se considera como una unidad de medida para representar la cantidad, tomando como base cierta unidad. El libro de matemáticas menciona que la introducción del concepto de fracción a través de la representación como una proporción no es adecuada para la enseñanza de la adición y sustracción. Por lo tanto, la fracción se enseña siempre como una representación de la cantidad usando siempre la misma unidad.

Sin embargo, más adelante en la temática, el libro de matemáticas plantea situaciones donde es clara la conceptualización de la fracción como parte- todo, ya que el libro plantea ejercicios donde el estudiante tiene que colorear un fragmento de un cuadrado o un rectángulo dividido en cierta cantidad de fragmentos equitativos. Además, al momento de explicar las partes de una fracción se menciona que el numerador representa las partes tomadas de la unidad fragmentada, y el denominador representa el número de partes en que se ha fragmentado la unidad. En este año escolar solamente se introduce el concepto de fracción como unidad de medida y como parte-todo.

En cuarto grado solo se introducen estos dos conceptos de las fracciones y las relaciones de “mayor que” y “menor que”, las operaciones se introducen en quinto grado y sexto grado.

Las Operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división de las fracciones en este ciclo de la educación básica se introducen en quinto grado, en la unidad 5 de los libros de matemáticas emitidos por la Secretaría de Educación, libros denominados “Guía del maestro. Quinto Grado” y “Cuaderno del Estudiante. Quinto Grado”. En quinto grado la unidad de fracciones consta de doce temas, los cuales son representar con fracciones las medidas mayores que 1 (fracción mixta); representación gráfica de las fracciones propias y mixtas; fracción impropia; conversión entre fracción mixta y fracción impropia; fracciones en la recta numérica; comparación de fracciones con el mismo denominador o con el mismo numerador; fracciones equivalentes; mínima expresión de una fracción; sentido de la adición con fracciones; forma del cálculo de la adición de fracciones con el mismo denominador; sentido de la sustracción con fracciones; forma del cálculo de la sustracción de fracciones con el mismo denominador. Dichos temas tienen una duración anual de 21 horas clase, donde cada hora clase consta de 45 minutos.

En este Grado las expectativas de logro planteadas para esta unidad son: Desarrollar el concepto de fracción como ampliación necesaria del conjunto de los números naturales; estimar el concepto de número fraccionario para resolver problemas de la vida real; reconocer fracciones equivalentes; reducir fracciones a su mínima expresión; resolver problemas que implican la adición y sustracción de fracciones que tienen el mismo denominador. Al finalizar dicho Grado los alumnos deberán ser capaces de operar con fracciones para resolver problemas.

El libro de matemática de sexto grado llamado “guía del maestro de sexto grado” contiene 2 unidades relacionadas a las operaciones con fracciones, la primera es la unidad de adición y sustracción de fracciones, la segunda es la unidad de multiplicación y división de fracciones. En la Unidad de adición y sustracción se abordan las siguientes lecciones: sumemos fracciones, restemos fracciones y propiedades de la adición.

Para abordar la primera unidad los alumnos(as) deben de tener ciertos conocimientos previos como ser adición y sustracción de fracciones con igual denominador, simplificación de fracciones, conversión entre fracciones mixtas e impropias, reducción de fracciones a un común denominador.

El tema de adición y sustracción de fracciones con diferentes denominadores se introduce a través de fracciones equivalentes donde logramos obtener el mismo denominador, la estrategia metodológica utilizada para abordar la equivalencia de fracciones es el esquema grafico de cada fracción y luego realizar la división del grafico en partes iguales para sumar o restar las partes, y ver cuantas quedan del total.

En el tema de propiedades de la adición de fracción se abordar las siguientes propiedades: propiedad conmutativa, propiedad asociativa, y el elemento neutro. En la unidad de multiplicación y división de fracciones se abordan la siguiente temática: representemos el cociente con fracción, multipliquemos y dividamos fracciones, multipliquemos fracciones, dividamos fracciones.

En el tema de multiplicación de fracciones, la estrategia utilizada para realizar la introducción es la representación del multiplicando en forma entera o fraccional según sea el caso, y luego realizar esta representación del multiplicando tantas veces como diga el multiplicador.

En el tema de división de fracciones la estrategia utilizada para realizar la introducción es la representación del dividendo en su forma entera o fraccional según sea el caso, y luego realizar la representación del divisor trasponiéndola en la gráfica que representa el dividendo. Después de esto se verifica que partes comparten ambas gráficas, del total.

En este grado las expectativas de logro planteadas para la unidad multiplicación y división de fracciones son: aplicar las propiedades básicas de la multiplicación, resuelven problemas de la vida real que implican fracciones, usan la calculadora o computadora para comprobar multiplicaciones y divisiones con fracciones. En la unidad de adición y sustracción las expectativas de logro planteadas son aplican la adición y sustracción de fracciones en la vida real, aplican las propiedades básicas de la fracción, resuelven problemas de la vida real que impliquen fracciones, usan la calculadora o computadora para comprobar adiciones y sustracciones con fracciones. Al finalizar dicho grado los alumnos serán capaces de: convierten números decimales en fracciones y viceversa.

El bloque de fracciones pretende introducir los significados elementales como parte de un todo continuo o discreto (dos quintos de hoja, dos quintas partes de los chicos del aula) y como operador (de cada grupo de tres tomamos dos). También pretende conocer las fracciones más corrientes y tener consciencia del valor relativo de las fracciones, cosa difícil, ya que entra en contradicción con lo que el escolar ha aprendido hasta entonces de los números naturales. Con respecto a lo anterior Alsina, Burgués, Fortuny, Giménez, & Torra, (1998) afirma: introducir la noción de equivalencia a través de la manipulación y representación de fracciones, utilizando para tratar la adición y la diferencia con los sentidos clásicos (reunir, separar) (pág. 117).

El inicio del trabajo con las fracciones en primaria es la introducción a un nuevo “mundo Matemático” para los alumnos, que los va a llevar, al desarrollo de una manera de pensar sobre las comparaciones relativas que se concretan en las situaciones de proporcionalidad al final de la Educación Primaria y al inicio de la Educación Secundaria. Según Chamorro (2003) “La importancia de desarrollar las fracciones, números decimales, porcentajes, razón y proporción de manera relacionada lo constituye el hecho de que forman una estructura que comparte ciertos aspectos matemáticos y psicológicos.” (pág. 188). La introducción de fracciones implica la comprensión de la necesidad de la existencia de otros números diferentes a los números naturales en situaciones de comparación. También es necesario ser capaz de comparar, estableciendo parecidos y diferencias naturales, fracciones y decimales para llegar a saber cuándo se debe utilizar una clase de números u otra.

Por otra parte, Alsina, Burgués, Fortuny, Giménez, & Torra, (1998) afirma: la dificultad en la enseñanza-aprendizaje de los números racionales radica en que:


-Están relacionados con diferentes tipos de situaciones (situaciones de medida, con el significado de parte de un todo, o como parte de un conjunto de objetos, de reparto utilizadas como cociente, como índice comparativo usadas como razón, y como un operador).

-Pueden representarse de varias maneras ($5/7$, fracciones; $3/4$, fracciones decimales; 0.75 , expresiones decimales; 75% , porcentajes). (pág. 117).

2.2 Modelos, representaciones, recursos y actividades que utiliza el profesor en la enseñanza de las fracciones en el Segundo Ciclo de Educación Básica.

Las fracciones son un bloque especialmente difícil, las dificultades surgen en seguida y perduran, en la mayor parte de los alumnos, hasta los dieciséis o los dieciocho años. Y es que, según Alsina, Burgués, Fortuny, Giménez, & Torra, (1998) “Su enseñanza tiene muchas deficiencias y se hace demasiado rápido, todas las dificultades no pueden provenir de este hecho.” (pág. 93). Para empezar se usan números naturales pero con significados diferentes, en el momento de comparar las relaciones se invierten $3 < 4$ y $1/3 > 1/4$, para sumar y restar es necesario reducir a común denominador, que es el equivalente a sumar y restar números expresados en bases diferentes y tener que pasarlo todo a base diez; la multiplicación y la división tienen interpretaciones diferentes, desaparece la idea anterior y posterior de los números naturales, ya que entre $1/2$ y $1/3$ existe una infinidad de fracciones.

Un aspecto muy complejo es el de querer llegar a trabajar con clases de fracciones equivalentes teniendo el criterio suficiente para saber que representante es el más idóneo para el momento, por lo tanto, se ha de saber cuándo es necesario reducir a común denominador o cuando es necesario simplificar. Como en otros conceptos también tiene importancia los posibles significados de las fracciones:

- Como parte de un todo continuo $\frac{3}{4}$ de un rectángulo;
- Como parte de un todo discreto $\frac{3}{4}$ del alumnado de la escuela;
- Como operador doble por cada 4 obtengo 3;
- Como una posición 

- Como resultado de una división 3 hojas divididas entre 4 personas
- Como comparación 12 es $\frac{3}{4}$ de 16
- Y otros más complejos, como una probabilidad, una razón, etc.

Y en este caso también tiene mucha importancia la representación gráfica y simbólica. Si durante un periodo largo se trabajan las fracciones entre 0 y 1, llega el momento de introducir las impropias y las expresiones mixtas, cosa que aumenta las confusiones.

En vista de todo esto se puede recomendar que se diseñe una secuencia de aprendizaje basada en la experimentación con materiales concretos y visuales, dando suficiente tiempo para comprender los conceptos de fracción y equivalencia que son fundamentales. Alsina, Burgués, Fortuny, Giménez, & Torra (1998) opina que es necesario presentar ordenadamente los diversos significados empezando por los de relación parte-todo (pág. 94).

2.3 Concepto de Fracción

Según Morales (2011) “la fracción comúnmente se define como un número de la forma a/b donde (a) y (b) son números enteros y $b \neq 0$, es decir, es el resultado de dividir una unidad o un todo en partes iguales (b) y luego tomar una colección formada por (a) de esas partes. Conociéndose (a) como numerador y (b) como denominador.”

Al respecto Swokowski & Cole (2009) define. “Las fracciones son expresiones de la forma $\frac{a}{b}$ que se utiliza para representar $a \div b$, a la que también se le llama cociente de (a) y (b) o fracción de (a) sobre (b), donde los números (a), (b) son numerador y denominador respectivamente, y como cero (0) no tiene inverso multiplicativo $\frac{a}{b}$ no está definida si $b = 0$.” (pág. 2).

Kieren citado en Leon & Fuenlabrada (1996) afirma. “la expresión simbólica a/b puede modelar cuatro significados o ideas matemáticas: medida, cociente, operador multiplicativo y razón, agrega un quinto significado la relación parte-todo, pero éste se puede encontrar presente en los otros cuatro significados, al identificar en cada contexto la unidad y sus partes correspondientes.” (pág. 5).

2.4 Las fracciones y sus diferentes interpretaciones

Los números fraccionarios son una estructura de una riqueza y complejidad que encuentran aplicaciones en una multiplicidad de contextos: la ciencia, la técnica, el arte y la vida cotidiana. En cada uno de estos contextos las fracciones se presentan con una diversidad de significados, ejemplificando lo anterior la fracción permite la comparación por multiplicación o división de situaciones como: “Juan tiene 5 veces más” o “Pedro tiene 5 veces menos”, que da lugar a las nociones de razón, fracción y proporción.

Rodriguez F. O. (2001), menciona que “la fracción es una de las nociones matemáticas más complejas y difíciles de definir, ya que puede conducir indistintamente a:

- Un medio de comparación (la parte de Juan es $\frac{5}{3}$ de la de Pedro)
- El resultado de una sucesión de operaciones (“tomo $\frac{3}{5}$ de un pastel” o “lo divido en 5 partes y tomo 3”)
- Número ($\frac{3}{4}$ está comprendido entre 0 y 1).

Además, Llinares Ciscar & Sanchez Garcia (1997) afirma “se puede entender que la relación parte-todo se encuentra en el origen de las demás interpretaciones del número racional. Esta interpretación es de las más intuitivas en el niño, por tanto, el problema se plantea en que su uso la convierte en generadora de lenguaje y símbolos, que van a constituir la base y origen del trabajo con las demás interpretaciones” (pág. 83).

Por otro lado, Kieren (1993), citado por Carpenter, Fennema, & Romberg (2009). Argumenta.

El conocimiento integral del número racional no sólo requiere de la comprensión de cada idea sino también de cómo se interconectan, por lo tanto, es importante obtener información acerca de las variables y relaciones que intervienen en el conocimiento matemático de ese campo conceptual (p. 37).

Para el mencionado autor, dicho aprendizaje solo puede ser visualizado a partir de la idea de Constructo referido en la Figura 2 y lo define como la acción en la que el sujeto aprende del mundo un objeto mental y concibe el entendimiento de las fracciones por sub-constructos de los cuales logra reconocer cinco: relación parte-todo y parte-parte, cociente, razón, operador y medida.

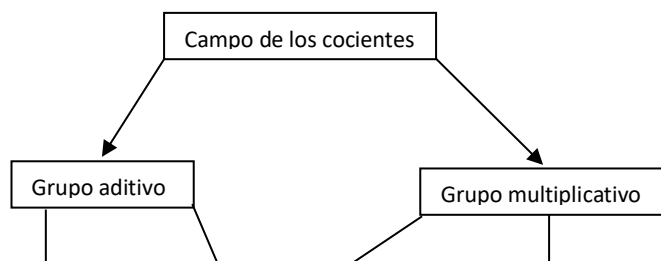


Figura 2: Recuperado de “El aprendizaje de fracciones en la educación primaria”, Zarzar, 2013, Horizontes, pedagógicos. V 15. N1.

El autor propone el anterior esquema conceptual (refiérase a la figura 2) para poder comprender las fracciones. Modelo Recursivo para el entendimiento de los racionales. Este modelo de comprensión es un proceso dinámico, en forma de espiral que conlleva involucrarse en sí mismo para crecer y extenderse. Dicho modelo está integrado por ocho niveles incrustados de conocimiento o acciones eficientes, los cuales son: hacer primitivo, hacer imagen, tener imagen, notar propiedad, formalizar, observar, estructurar e inventar; de acuerdo con el esquema anteriormente presentado por Kieren 1976 citado por Zarzar (2013), considera.

El modelo posee un orden implícito acerca del pensamiento de los números racionales. En el nivel más bajo del modelo contiene el conocimiento básico de las herramientas intuitivas, aquí están las ideas de partición, equivalencia y la formación de la unidad, en el nivel II están las ideas de medida, cociente, razón y operador que conforman el constructo escalar y funcional. En él está el pensamiento formal multiplicativo, el nivel IV representa el conocimiento estructural de los racionales, es decir, sus significados matemáticos (p. 37).

De acuerdo con el autor, el sistema simbólico ofrece un nivel de abstracción del sistema formal a/b , pero que también involucra un sistema informal, por lo tanto, es importante,

describir inicialmente, las características de los números racionales, para posteriormente discutir las características elaboradas por los estudiantes sobre dicho contenido matemático. A continuación, se presentan las diferentes interpretaciones del concepto de fracción, comenzando con la interpretación parte-todo.

2.4.1 La fracción como parte-todo, a veces continuo, a veces discreto.

Se presenta esta situación cuando un “todo” (Continuo o discreto) se divide en partes “congruentes” (equivalentes como cantidad de superficie o cantidad de objetos). La fracción indica la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes (que puede estar formado por varios “todos”). Es importante mencionar que en la caracterización de la relación parte-todo se habla de “Partes congruentes” lo que no indica necesariamente partes de la misma forma.

Bajo esta perspectiva se considera que el numerador debe ser menor que el denominador. Sobre esta interpretación se basan generalmente las secuencias de enseñanza cuando se introducen las fracciones (normalmente en su representación continua). La prioridad se le da porque esta ocupa gran importancia en los planes de estudio de diversos países, y tiene una importancia capital para el desarrollo posterior de la idea global de número racional.

Novillis citado por Llinares Ciscar & Sanchez Garcia (1997) concluyó que “el desarrollo de las relaciones parte-todo en contextos continuos y discretos son requisitos previos para el trabajo con la recta numérica.” (pág. 82). Además, sus experiencias indicaron que la capacidad de asociar una fracción a una representación en un contexto discreto o continuo es previa al trabajo con las relaciones de equivalencia (diferentes nombres para las relaciones de equivalencia).

2.4.2 La fracción como razón.

Es la comparación entre dos cantidades o conjunto de unidades (de igual o diferente magnitud). Las razones pueden ser comparaciones parte-parte en un conjunto (magnitud discreta) o comparaciones parte-todo (magnitud continua y discreta). La generalidad de la interpretación de la fracción como razón consiste en que nos permite comparar cantidades de

magnitudes diferentes, mientras que en la interpretación parte-todo en un contexto de medida solo permite comparar cantidades del mismo tipo.

Este significado se usa comúnmente con la idea de formar proporciones y permite también desarrollar o integrar los conceptos de fracciones equivalentes, probabilidad y porcentajes.

La relación entre los significados de la fracción como razón y como medida se explica por medio de los siguientes ejemplos:

- La estatura de Ana equivale a $\frac{2}{3}$ la estatura de María
- La escala (razón entre la distancia de dos puntos determinados en un mapa y su distancia real) utilizada fue de $\frac{1}{1000}$ (que se puede significar que 1mm en el mapa corresponde a 1Km)

Según Sallan (2001).

La ausencia en los textos escolares de este significado podría justificarse por las exigencias que se demandan para su construcción, como son la consideración de la noción de razón, en la cual se debe tener en cuenta que en la fracción $\frac{a}{b}$, cualquier cambio en a producirá un cambio en b , si existe una determinada relación entre a y b (p. 145).

Además, se debe considerar la equivalencia de fracciones como invariante de la relación entre las cantidades, de tal manera que se conciba el mantenimiento de la proporción con afectación a la cantidad más no a la relación. Adicionalmente, puede agregarse a lo anterior que las demandas curriculares de la instrucción sobre la proporcionalidad han permitido alejar a la razón de las fracciones y otorgarles un tratamiento diferenciado.

De acuerdo con Sallan (2001), a pesar de que la razón y la proporción son tópicos adecuados para aplicar las fracciones a la resolución de problemas, desde el primer cuarto del siglo XX los manuales escolares presentan un estudio separado de las fracciones y de las razones y proporciones. Esta realidad no responde al desarrollo histórico, ni está justificada didácticamente, más bien responde a la idea de mantener la tradición de quienes, a principio

del siglo XX, decidieron tratar separadamente teoría y práctica, y, en consecuencia, las razones y proporciones se alejaron de las fracciones (p. 151).

Flores & Morcote (2001) al respecto de este significado plantean.

Si la fracción se usa para mostrar la relación entre dos cantidades de determinada magnitud, es decir, se establece un índice de comparación entre esas partes, se habla de la fracción como razón. En estos casos no existe una unidad, un todo que permita ver la fracción. Se asocia esta interpretación a la relación parte- parte y a la relación conjunto a conjunto (pág. 4).

Cuando hay una relación entre a y b (una razón) todo cambio en a producirá un cambio en b. Algunas de las situaciones donde se presenta este uso de las fracciones están asociadas a mezclas y aleaciones, comparaciones, escalas de mapas y planos, recetas de cocina, entre otras. Dos de las formas más expeditas de ver la fracción como razón están en la probabilidad y en los porcentajes.

Si se considera la razón como una forma de comparar, precisamente la probabilidad es una manera de comparación todo-todo (casos favorables vs. casos posibles). Los porcentajes también se asocian a una comparación parte-todo, pero vistos como relaciones entre conjuntos. Toda razón entre dos cantidades determina una proporcionalidad entre las cantidades de la misma magnitud. En la fracción a/b no existe fraccionamiento. En a/b no hay exigencias en las relaciones de orden entre a y b, de manera que ha puede ser mayor, menor o igual que b. Para este tipo de significado las representaciones gráficas no son esenciales, estas pueden ser fácilmente sustituidas por representaciones mentales.

En cuanto al trabajo con la representación simbólica se debe saber interpretar aquellos aspectos que representan los conjuntos a relacionar, así como las cantidades de cada conjunto que se comparan.

Según Sallan (2001) “este significado ocupa un lugar secundario en los textos escolares debido a las fuertes exigencias que existen para la construcción del concepto de fracción por este camino.” (p. 140). En el caso de que se mencione este significado en la enseñanza de las fracciones, se hace después de que se han presentado otros significados y se muestra al estudiante como un acto ya finalizado, de este modo el trabajo de este se limita al de mero

observador que debe realizar dos recuentos y relacionar sus resultados de acuerdo con unas normas predeterminadas.

2.4.3 La fracción como medida.

De acuerdo con Perera & Valdemoros (2007), la fracción como medida es reconocida por Kieren como la asignación de un número a una región o a una magnitud (de una, dos o tres dimensiones), producto de la partición equitativa de una unidad.

Según Gairín (2001) mediante esta interpretación se da la primera aproximación a la noción de número racional considerando el recorrido histórico del concepto.

En el caso de que se mencione este significado en la enseñanza de las fracciones, se hace después de que se han presentado otros significados y se muestra al estudiante como un acto ya finalizado, de este modo el trabajo de este se limita al de observador que debe realizar dos recuentos y relacionar sus resultados de acuerdo con unas normas predeterminadas. Teniendo en cuenta la finalidad de la medida, pueden presentarse dos situaciones diferenciadas:

- Medir utilizando múltiplos y submúltiplos de la unidad

La medida de cantidades de magnitudes como la longitud se expresan en función de la unidad básica (el metro), sus múltiplos (el decámetro, el hectómetro, el kilómetro) y sus submúltiplos (el decímetro, el centímetro, el milímetro), siendo entera la medida para cada una de estas unidades. Si se quiere expresar solo en la unidad de medida básica cantidades que se encuentran en diversas unidades, esta situación se simboliza con una suma de números enteros y fracciones decimales.

Por ejemplo, si se desea expresar 3 km, 5 Hm, 4 Dm, 9 m, 7 dm, 2 cm y 8 mm en metros, se tendría: $3000\text{ m} + 500\text{ m} + 40\text{ m} + 9\text{ m} + \frac{7}{10}\text{ m} + \frac{2}{100}\text{ m} + \frac{8}{1000}\text{ m}$.

Para la situación anterior también puede utilizarse la expresión decimal 3549,728 m, la cual resulta de la extensión del sistema de numeración posicional con base igual a la relación entre dos órdenes consecutivos de unidades de medida, lo cual históricamente se encuentra relacionado con las notaciones del sistema sexagesimal y sistema decimal de las culturas babilonia y china respectivamente.

- Medir haciendo comparaciones con la unidad

La medida de magnitudes está referida inicialmente a la magnitud longitud, ya que está según Gairin & Escalano (2005) “por su carácter unidimensional facilita la percepción de la cantidad y la construcción de unidades de longitud conocida su representación fraccionaria”. Mediante esta magnitud se busca medir la longitud de un segmento AB tomando como unidad de medida la longitud de otro segmento CD. De este modo la fracción a/b indica que el segmento AB tiene de longitud a veces la unidad de medida que resulta de dividir el segmento CD en b partes iguales. La expresión a/b indica que el fraccionamiento hay que hacerlo tanto en el segmento a medir como en la unidad de medida.

Una vez familiarizados con la magnitud longitud y la notación fraccionaria, podría proponerse el trabajo con la magnitud superficie que fortalece el significado de fracción como medida de figuras con cantidades de magnitud con formas distintas. Los procesos de medida que se presentan en este significado conllevan la idea de medida aproximada de una magnitud continua. La representación del resultado de la medida de forma exacta exigiría la utilización de los números reales.

En el caso de utilizar la medida de contar en conjuntos discretos se puede provocar en el estudiante la sensación de que la medida se convierte en la razón entre cardinales. Con respecto a esta afirmación Martínez (2017) aclara, que “la fracción $\frac{a}{b}$ es a veces $\frac{1}{b}$, es decir como la interacción de a unidades de tamaño $\frac{1}{b}$ y no solamente la percepción de $\frac{a}{b}$ como a partes de b divididas.” (pág. 22). Es de anotar que aquí se caracteriza a los números racionales positivos (que llamaremos fracciones) de tal manera que $\frac{1}{n}$ es la n -ésima parte exacta de la unidad si y solo si n veces $\frac{1}{n}$ es igual a 1.

La representación gráfica sustituye al proceso real de medida, pues lo esencial del proceso no es determinar la medida de un segmento con respecto al sistema métrico decimal, sino que hay que hacerlo con respecto a un segmento unidad del que se desconoce su longitud en términos de unidades del sistema convencional.

En consecuencia, hay un proceso de subdivisión de la unidad en un número de partes iguales que depende de la longitud del segmento a medir, de tal manera que el estudiante no realiza una medida real, sino que debe resolver visualmente el recuento de segmentos diferenciados que aparecen en la unidad y en el segmento a medir. En la representación gráfica deben hacerse interpretaciones de aquellos aspectos que representan el segmento a medir, la unidad de medida, las partes que deben hacerse tanto en la unidad de medida como en el segmento a medir y las relaciones que hay entre ambos. Se deben hacer las traslaciones correspondientes de la representación gráfica a las representaciones en palabras del lenguaje natural y a la simbólica.

2.4.4 La fracción como operador.

A pesar de que Oliveras citado por Gairin J. M. (2001) afirma. “los conocimientos personales de los estudiantes no presentan diferencias significativas al potenciar la fracción desde el significado de operador o desde la relación parte-todo, si es atribuible un mayor grado de complejidad y dificultad al significado operador.” Esta razón sería suficiente para que en gran parte de los textos escolares no se dé prioridad a la enseñanza de la fracción como operador, y más bien este se muestre por necesidades de secuenciación de los contenidos como en el cálculo de la fracción de un número, es decir, como un tema que sirve para la resolución de problemas (p. 34).

De acuerdo con Kieren citado en Perera & Valdemoros (2007) afirma que “el papel de la fracción como operador es la de transformador multiplicativo de un conjunto hacia otro conjunto equivalente.” Esta transformación se puede pensar como la amplificación o la reducción de una figura geométrica en otra figura a/b veces más grande o a/b veces menor. Este significado puede presentarse con números o con cantidades de magnitud. Debido a que la fracción a/b actúa como función transformadora de un número o una figura, esto implica que hay que considerarla como una única entidad más que como un par de números naturales. En la fracción a/b cada uno de los valores tiene distintas implicaciones en el resultado final, las cuales son multiplicar por a y dividir por b . Además, no hay exigencias en las relaciones de orden entre a y b , de manera que a puede ser mayor, menor o igual que b . Se requiere la realización de traducciones entre los términos de la fracción, de un número o una cantidad

iniciales, a otro número o cantidad finales. En la fracción a/b no existe el fraccionamiento de la unidad.

En contextos continuos la fracción a/b actúa como reductor o ampliador proporcional del objeto sobre el que se aplica. De acuerdo con Kieren citado por Gairin J. M. (2001) el operador a/b conecta con la idea de transformaciones espaciales de tamaño, por cuanto su actuación produce una dilatación y una contracción de la figura inicial. En contextos discretos la fracción a/b actúa sobre un conjunto de objetos para transformarlo en otro conjunto de objetos iguales, pero con a/b veces elementos.

Cuando se utilizan números sin medida se trabaja con representaciones simbólicas, pero si se utilizan magnitudes pueden utilizarse representaciones gráficas. Según Gairin J. M. (2001). “En la representación simbólica el estudiante tiene que saber interpretar aquellos aspectos que representan los conjuntos a relacionar, los elementos que se relacionan y la relación que se establece entre ellos.”

2.4.5 La fracción como cociente.

La adquisición del significado de fracción como cociente tiene un tratamiento poco exhaustivo en los textos escolares según señala Gairin J. M. (2001), y más bien hace presencia en estos por necesidades de secuenciación de los contenidos, para poder dar justificación a la notación decimal de las fracciones ordinarias. Flores & Morcote (2001) afirma: “Cuando una fracción se relaciona directamente con la operación división sugerida por ella, estamos dándole una interpretación de cociente. Un cociente de dos números.” (pág. 5).

Kieren citado por Flores & Morcote (2001) señala que para el estudiante que está aprendiendo fracciones, el dividir una unidad en cuatro partes y coger tres (relación parte todo) resulta ser un problema diferente del hecho de dividir tres unidades entre cuatro personas (situación de reparto), aunque la porción resultante sea del mismo tamaño ($3/4$). La representación más general de la fracción de la forma a/b conduce a la idea inmediata de

cociente de dos números: “a unidades en b partes iguales” con lo cual aparece la noción de reparto en cantidades iguales.

Gairin J. M. (2001) propone dos técnicas de reparto

- Reparto en varias fases

Consiste en asignarle a cada individuo una parte de unidad de un tamaño determinado y con lo que queda por repartir se repite el proceso hasta agotar lo que se pretende repartir. Por lo tanto, si el reparto se hace en varias fases surge la representación de las cantidades correspondientes a cada individuo como una suma de partes alícuotas de la unidad de tamaño diferentes, como una suma de fracciones unitarias distintas.

- Reparto en una sola fase

Consiste en fraccionar cada una de las a unidades en b partes iguales y cada individuo recibe una parte de cada una de las a unidades, es decir, a cada uno de los individuos que participan en la partición les corresponden a partes de tamaño $1/b$ de unidad. Si el reparto se hace en una sola fase la fracción aparece asociada a la noción de cociente del numerador entre el denominador, cuando dicho cociente no es entero.

En el contexto continuo cuando se consideran este tipo de magnitudes hay que tener presente que esta exigencia se concreta en que las partes finales sean iguales, lo que no se traduce en que inicialmente cada figura se haya fraccionado en partes iguales.

En el contexto discreto, la igualdad de las partes se traducirá en la igualdad de conjuntos con igual número de objetos, lo cual se resuelve por cardinalidad. En cuanto a la construcción de las partes, no se presentan dificultades si a es múltiplo de b, en este caso la construcción de las partes se resuelve por división entera.

Sin embargo, hay dificultades en el caso de que a no sea múltiplo de b, ya que toca hacer particiones de algunos objetos del conjunto, lo que daría lugar a la necesidad de igualdad entre las partes de figuras geométricas por las que se han representado los objetos. Además, existe otra dificultad si los objetos a repartir son distinguibles, es decir, no son idénticos, pues el reparto no admite la formación de subconjuntos, sino el fraccionamiento de los objetos.

Parte del conocimiento que se imparte asociado a situaciones de reparto se realiza por medio de representaciones gráficas que sustituyen en gran parte la realización del reparto con objetos reales.

Además, se realizan continuamente traslaciones entre las representaciones gráficas y simbólicas haciendo traducciones entre dos números (las unidades a repartir y las partes que se deben hacer). En estas representaciones, el estudiante debe saber interpretar aquellos aspectos que representan las unidades a repartir, las partes que deben hacerse, las relaciones que hay entre ambas y el resultado del reparto.

2.5 Dificultades en las operaciones con fracciones

En primer lugar, se debe señalar que los errores generalmente vienen asociados a dificultades en el aprendizaje. En concreto, en el estudio y uso de las fracciones estas dificultades son principalmente debidas a la gran cantidad de significados que poseen, pero también pueden estar asociados al lenguaje, a creencias previas que los alumnos tienen sobre este campo, o a la complejidad propia de los conceptos matemáticos. También se debe tener en cuenta que el estudio de las fracciones es un proceso largo, que requiere tiempo para su comprensión por parte de los alumnos. Ya en 1964, Madeleine Goutard citada en Olmo (2015) desde su experiencia con niños que presentaban dificultades en el aprendizaje de las fracciones y sus propias observaciones en la clase, señalaba que: “Las fracciones no son algo que hay que saber, sino algo que hay que comprender, y no es posible comprenderlas antes de tener una suficiente experiencia con ellas... la clave del éxito en la iniciación al estudio de las fracciones es la variedad, el cambio, la diversidad de puntos de vista”(pág. 14).

Atendiendo a las causas que provocan los errores, Llinares Ciscar & Sanchez Garcia (1997) identifican cuatro tipos: aquellos que aparecen de forma aleatoria, por descuido, distracción, etc.; debidos a que el alumno ignora la respuesta y presenta un resultado al azar; los causados por defectos en la comprensión de un concepto; y debidos a la aplicación sistemática de procedimientos erróneos. En este último caso nos podemos encontrar que los procedimientos utilizados por los alumnos proceden bien de métodos personales alternativos a los enseñados

por el profesor, o bien son debidos al olvido o modificación de algún paso de un algoritmo enseñado.

A partir de esta primera categorización, se ha elaborado una clasificación de los errores más importantes aparecidos en el uso de las fracciones, para lo que se ha realizado una amplia revisión de estudios en este campo, entre los que cabe destacar los de Llinares Ciscar & Sanchez Garcia (1997), Chamorro (2003) y Godino (2004). A continuación, se presenta dicha clasificación:

- 1) Errores por descuido o distracción
- 2) Errores por desconocimiento de la respuesta.
 - 2.1 Simplificación incompleta
 - 2.2 Operaciones con enteros
 - 2.3 Error en la jerarquía de las operaciones.
- 3) Errores por defectos en la comprensión del concepto.
 - 3.1 Error con la conmutatividad de las operaciones.
 - 3.2 Error en la ordenación de fracciones
 - 3.3 Comparación cualitativa incorrecta.
 - 3.4 No consideran legitimo dividir/restar un número menor por uno mayor.
 - 3.5 Relacionar multiplicar con ampliar y dividir con reducir
 - 3.6 Extrapolación del cálculo de los naturales a las fracciones
 - 3.7 Error relacionado con la equivalencia de fracciones.
- 4) Aplicación sistemática de procedimientos erróneos
 - 4.1 Sobre simplificación
 - 4.2 Error en el algoritmo suma
 - 4.3 Error en el algoritmo multiplicación
 - 4.4 Multiplicación cruzada incorrecta.
 - 4.5 Común denominador incorrecto.
 - 4.6 División o multiplicación incorrecta
 - 4.7 Dividir en lugar de multiplicar y viceversa.

2.5.1 Dificultades y errores relacionados con la estructura aditiva de las fracciones.

- Extrapolar los conocimientos de cálculo (reglas y algoritmos) de los números naturales a las fracciones

A la hora de sumar o restar, aplican los operadores sobre los numeradores entre sí y los denominadores entre sí porque generalizan las propiedades de la adición de números naturales en el campo de los números racionales. Por ejemplo, pueden pensar que $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{6}{8}$ o que $4 - \frac{2}{7} = \frac{2}{7}$

- Olvidar o modificar algún paso del algoritmo: aditivo, comparativo o equivalencia
Comparando fracciones, una fracción como $\frac{1}{2}$ se considera menor que la fracción $\frac{1}{3}$, argumentando que $2 < 3$. En el caso de equivalencia de fracciones, se puede presentar una situación en la que la fracción sea considerada como un par de números naturales que no están relacionados entre sí.

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{10} = \frac{14}{15}$$

La respuesta está basada en el reconocimiento de un modelo aditivo en los numeradores (sumar 6) que se traslada a los denominadores. Un entero se confunde con su inverso: $\frac{1}{7}$ se confunde con $\frac{7}{1}$, o bien, $\frac{1}{7}$ y $\frac{7}{1}$ se consideran como dos escrituras equivalentes. Aplicar la simplificación del producto a la suma de fracciones: Por ejemplo:

$$\frac{2 + 5}{2 + 7} = \frac{5}{7}$$

2.5.2 Dificultades y errores relacionados con la estructura multiplicativa de las fracciones.

- Entender que el producto de un número entero por una fracción propia disminuye y que la división de un número entero por una fracción propia aumenta

La influencia que el conocimiento de los números naturales ejerce en el proceso de aprendizaje de las fracciones se manifiesta en otros muchos aspectos. Es difícil para el niño entender que el producto de dos fracciones puede ser menor que cualquiera de ellas, al contrario de lo que sucede en los números naturales. Como lo que él tiene asimilado, son los algoritmos con esos números, a menudo trata de forzar los algoritmos con fracciones, de manera que, el resultado se ajuste a lo que le dicta su intuición.

- Olvidar o modificar algún paso del algoritmo de la división o de la multiplicación

Para multiplicar entre sí dos fracciones, reducen a un común denominador y después multiplican los numeradores olvidando de multiplicar entre sí los denominadores. Se trata de una confusión entre las reglas de la adición de fracciones y las de la multiplicación. La mitad de la fracción $\frac{1}{6}$ se designa frecuentemente por la fracción $\frac{1}{3}$ (que es en realidad el doble de $\frac{1}{6}$), argumentando que la mitad de 6 es 3.

- No respetar la jerarquía de operaciones

Van realizando las operaciones según está escrita y no respetan el orden en la prioridad de algoritmos.

2.6 Dificultades y errores relacionados con los diferentes significados de la fracción

Los niños comprenden progresivamente la noción de fracción, a partir de sus diferentes significados derivados de los diversos tipos de situaciones de uso, que no son todos igualmente sencillos de comprender para ellos. La multiplicidad de significados que pueden tomar las fracciones resulta un escollo para su comprensión. La conceptualización de las fracciones lleva tiempo y los alumnos lo necesitan para comprender, interpretar y usar sus notaciones con sentido en las diferentes aplicaciones de estas. Una primera dificultad en el estudio de las fracciones consiste en que los alumnos atribuyan un significado correcto a la noción de fracción, y, por tanto, a cada uno de los enteros que aparecen en la escritura de una fracción. Se trata de una notación nueva para los alumnos de este nivel, ya que hasta este momento sólo conocen los números naturales.

2.6.1 Desarrollo de la fracción como parte de un todo.

Parece ser que las primeras ideas de fracción de los niños son de naturaleza tridimensional e imprecisa. En algunos casos los niños realizan tareas consistentes en fraccionar objetos antes de las edades esperadas o son capaces de comprender la idea de mitad, tercio y cuarto, aunque físicamente tengan dificultad en realizar la división de la figura en partes iguales. Hay siete criterios según Robles (2011) para comprender la relación parte-todo:

1. Considerar que una región entera se puede dividir en partes;
2. Darse cuenta de que el mismo todo se puede dividir en diferente número de partes iguales, y podemos elegir el número de partes;

3. Las partes de la partición agotan el todo;
4. El número de partes puede no ser igual al número de cortes; por ejemplo, con dos cortes podemos hacer cuatro partes de una tarta;
5. Todas las partes son iguales;
6. Cada parte en sí misma se puede considerar como un “todo”;
7. El “todo” se conserva, aun cuando se haya dividido en partes.

Siendo bastante frecuente que los alumnos se encuentren con dificultades en la comprensión de estos conceptos (pág. 21).

2.6.2 La fracción como parte en un conjunto discreto de objetos.

Algunos experimentos sugieren que para los niños es más difícil comprender la idea de fracción en un conjunto discreto de objetos. Puede ocurrir que no tomen el conjunto completo como el entero y caracterizan cada parte asociando a numerador y denominador. Robles (2011) presenta el siguiente ejemplo, si se les presenta a los niños 3 fichas negras y 6 blancas y se les pregunta: “¿Qué parte de estas fichas son negras?”, algunos niños responden: “3/6” (pág. 21).

2.6.3 Representación de las fracciones como puntos en una recta numérica.

El modelo de recta numérica de las fracciones ocasiona dificultades a los niños que no siempre son capaces de pasar de la representación de áreas a la recta o viceversa. El modelo de recta numérica resulta más difícil que los anteriores. En la representación lineal se enfatiza la idea de que una fracción, por ejemplo $4/5$ es esencialmente un número, de idéntica naturaleza que los números 0 y 1, pero comprendido entre ambos. A diferencia de las dos representaciones anteriores no se incorpora la idea de relación parte-todo. Una ventaja de la representación lineal es que las fracciones impropias son más naturales y no tan diferentes de las fracciones propias y también se visualiza la idea de que las fracciones “extienden” el conjunto de los números naturales y “rellenan los huecos” dejados por éstos en la recta numérica. De esta forma se enlaza de forma natural con la idea de medida no entera.

2.6.4 La fracción como división indicada de dos números enteros.

Al calcular porcentajes o transformar una fracción en decimales es necesario dividir dos enteros. Hay ocasiones en que los niños no comprendan que cualquier número entero puede dividirse en cualquier número de partes iguales. Por ejemplo, Llinares Ciscar & Sanchez

García (1997) en su libro “Fracciones” manifiesta que los estudiantes pueden presentar dificultades, por ejemplo, cuando se les pide que repartan tres chocolatinas entre cinco niños (p. 63).

2.7 Representaciones Matemáticas

En este apartado se trata el concepto de representación, desde la perspectiva teórica de Duval (2004); los conceptos de visualización y modelo de Castro & Rico (1998); la imaginación Skemp (1980); los símbolos Hiebert (1988).

2.7.1 Primeras aproximaciones a los sistemas de representación.

Se distinguen tres tipos básicos mediante los cuales el hombre representa sus modelos mentales y la realidad: el sistema en activo (como procesos sensoriales y motores de los experimentos físicos); el sistema icónico (consiste en representar cosas mediante una imagen o esquema espacial) y la representación simbólica “consiste en representar una cosa mediante un símbolo arbitrario que en su forma no guarda relación con la cosa representada, el sistema simbólico correspondiente a las descripciones de objetos y de relaciones entre objetos; en esta categoría se consideran las demostraciones euclidianas, definiciones de objetos, las deducciones de relaciones, y las demostraciones formales. Desde este punto de vista Bruner (1984) sostiene: Si la educación no consiste en inculcar habilidades y fomentar la representación de la propia experiencia y del conocimiento buscando el equilibrio entre la riqueza de lo particular y la economía de lo general, entonces no sé en qué consiste (p. 124).

2.7.2 Raymond Duval: sistemas de registros de representación.

Desde el punto de vista de la semiótica, las representaciones son signos, códigos, tablas, gráficos, algoritmos y diseños. El signo es algo que nos transmite un significado, una expresión comunicativa verbal o escrita y hasta gestual. Para la semiótica, la relación entre el signo y el significado está mediada por un concepto. Según Duval 1993 citado por Garzon (2015) la necesidad de representaciones simbólicas para un objeto matemático se debe a que él no tiene existencia física y no es accesible directamente por los sentidos (p. 6). En la dimensión psicológica, el uso de diferentes representaciones está relacionado al funcionamiento cognitivo del pensamiento.

Las representaciones son esenciales para el desarrollo y comunicación del conocimiento matemático. Duval (2004) define tres nociones de representación, aunque son de la misma especie realizan funciones diferentes y son: las “representaciones mentales” tienen una función de objetivación, son internas, conscientes y ocurren en el pensamiento, por lo tanto, son imágenes mentales que consideran características figurativas o gráficas del concepto; las “representaciones computacionales” son internas y no conscientes del sujeto, funcionan en forma automática e instantánea, estos se refieren a las tareas que el sujeto realiza sin reflexionar sobre los pasos necesarios para su realización; y, las “representaciones semióticas” son las que realizan una función de objetivación y de expresión, son conscientes y relativas a un sistema particular de signos, como el lenguaje natural, lenguaje matemático o gráfico, se refieren al mundo de las estructuras físicas y los sistemas de notación. Las representaciones semióticas tienen dos aspectos: la forma (representante) y el contenido (representado); tienen doble carácter funcional; actúan como estímulo para los sentidos en los procesos de construcción de las nuevas estructuras mentales y permiten la expresión de conceptos e ideas a los sujetos que las utilizan.

Para el mismo autor, las representaciones internas y externas no pertenecen a dominios diferentes; las representaciones internas se desarrollan como una interiorización de las representaciones externas, es decir, a mayor diversidad de representaciones de un mismo objeto o concepto, corresponde mayor capacidad cognitiva, a su vez, mayor capacidad de pensamiento sobre los conceptos matemáticos; y, además el sujeto usa representaciones externas para exteriorizar sus imágenes y representaciones mentales comunicándolas a los demás, es decir, las representaciones externas actúan como una fuente de radiografía de la comprensión del concepto que se sitúa en la mente del sujeto.

La aprehensión conceptual de los objetos matemáticos solamente será posible con la coordinación de varios registros de representación. Esto significa según Duval (2004) que, cuanto mayor sea la movilidad entre registros de representación, diferentes del mismo objeto matemático, mayor será la posibilidad de aprehensión del objeto matemático, puesto que “la coordinación de diferentes registros de representación es una condición necesaria para la comprensión” (pág. 59).

Por otra parte, considera la conversión de una representación a la transformación de una representación en otro registro, conservando la totalidad o una parte del contenido de la representación inicial. La actividad de conversión es muy importante y no es rutinaria en la actividad matemática, sino esta es cognitivamente activa, y posibilitará la diferenciación entre representante y representado. Para Duval (1993) manipular diversas representaciones de un mismo objeto matemático conlleva a beneficios de economía de tratamiento, complementariedad de registros y la conceptualización que implica la coordinación de los registros de representación.

La economía del tratamiento permite superar los límites de una representación y la eficacia en la representación de las relaciones entre objetos. Así, para ordenar fracciones de menor a mayor, enunciados como pares ordenados en la forma a/b , se puede recurrir a la ‘multiplicación en cruz’ o representarlos en un sistema de ejes coordenados y por simple inspección se podrá ordenarlos.

La complementariedad de registros involucra los elementos informativos o comunicacionales, que las representaciones hacen posible, por ejemplo, las ubicaciones de los racionales en la recta numérica pueden representar la relación de orden o equivalencia, pero no permiten efectuar operaciones. En tanto que, la representación simbólica permitirá hacer transformaciones y manipular ciertos algoritmos operacionales. Cada representación distinta tiene la propiedad de transmitir una característica diferente del concepto matemático. Todas estas diferentes representaciones se complementan en la tarea de estudiar un concepto matemático. Ninguna representación es capaz de agotar en su totalidad la complejidad conceptual del objeto matemático. Cada representación destaca alguna propiedad del objeto matemático y dificulta la comprensión de otra.

Respecto a la conceptualización Duval (1993) presenta un esquema del funcionamiento de la representación semiótica y la conceptualización.

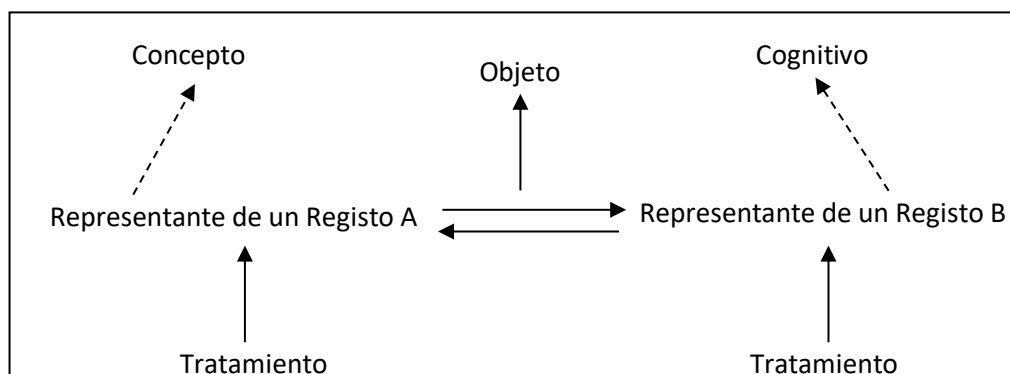


Figura 3: Funcionamiento de la representación semiótica. Recuperado “Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivos del pensamiento”, Duval. R., 1993, Anales de Didáctica y de Ciencias Cognitivas, IREM, n. 5, pág.51.

Este esquema explica la hipótesis de que la comprensión conceptual se produce por la coordinación de, al menos, dos registros de representación. Pero, la conceptualización está generada por las transformaciones y las conversiones de un registro de representación a otro. Insistiendo, la conceptualización es el resultado de la coordinación, de al menos, dos tipos de representación, y que estas coordinaciones deben necesariamente ser provocadas y estar en permanente alerta para distinguir entre representante y representado, además, evitar el enclaustramiento en un único registro de representación.

2.7.3 Representación simbólica en educación matemática.

A continuación, se da referencia acerca de la teoría sobre las funciones de los símbolos en matemática desarrollada por Skemp (1980) y el rol de los símbolos en el desarrollo de las competencias según Hiebert (1988).

Para Skemp (1980), el símbolo es un mundo de representaciones del concepto y procedimientos matemáticos. Un sistema de símbolos matemáticos constituye un modo específico de representación, un lenguaje matemático. Estos ayudan a generar ideas y aplicarlos a situaciones, además el sistema de signos posibilita la comunicación de conceptos matemáticos y promueve el aprendizaje.

Sin embargo, se ha observado en la práctica educativa que la transferencia de los signos a los estudiantes en forma directa y automática puede producir procedimientos mecánicos en la manipulación de los signos cuando realiza tareas específicas. Una hipótesis que necesita mayor investigación es que muchas de las dificultades en la comprensión de un concepto matemático se deben a un énfasis prematuro en el simbolismo y sus reglas descuidando la comprensión del significado matemático del referente.

Por eso, se recomienda que cuando el docente transfiera a los estudiantes nuevos símbolos matemáticos, es imprescindible que establezca conexiones entre el símbolo y el significado asociado del referente para lograr un aprendizaje comprensivo.

Skemp (1980) distingue diez funciones de la simbología: la comunicación, registro de comunicación, comunicación de nuevos conceptos, confección de clasificaciones múltiples correctas, explicación, hacer posible la actividad reflexiva, ayudar a mostrar la estructura, automatizar las manipulaciones rutinarias, recuperar información y comprensión, y hacer la actividad mental creativa.

2.7.4 Teoría para desarrollar competencias con símbolos matemáticos.

Hiebert (1988) desarrolla una teoría para explicar las conductas excesivamente mecánicas de los estudiantes cuando manipulan símbolos; sin embargo, su objetivo final es proporcionar una base teórica para promover programas alternativos que promuevan el desarrollo de competencias numéricas en estudiantes. ¿Qué son los símbolos? Según Hiebert, los símbolos son entidades que representan o toman el lugar de algo. Estas entidades pueden ser objetos físicos hasta marcas en el papel. Los símbolos pueden ser copiables y no copiables, los primeros pueden ser reproducidos por diferentes sujetos en diferentes ocasiones, sin perder su identidad. En cambio, los no copiables pierden su identidad cuando se producen cambios en su apariencia física, por ejemplo, las pinturas. Citando a Kaput, los símbolos copiables son considerados como una clase de equivalencia, y los representantes dentro de una misma clase se pueden intercambiar; tanto que los representantes de clases diferentes no se confundan. Muchos símbolos matemáticos representan ideas cuantitativas. Cuando los escolares usan estos símbolos con intencionalidad representan las ideas del usuario, esta parece ser una función de los símbolos copiables. Es la acepción que en esta teoría se adopta.

Para Hiebert (1988), la competencia con los símbolos se desarrolla a través de cinco procesos secuenciados, los pasos del proceso son retenidos permanentemente al avanzar a los procesos ulteriores. Los pasos son: 1. Conectar los símbolos individuales con los referentes. 2. Desarrollo de procedimientos de manipulación de símbolos. 3. Elaboración de procedimientos para los símbolos. 4. Memorización de los procedimientos para manipular los símbolos. 5. Usar los símbolos y reglas como referente para construir sistemas

simbólicos más abstractos. Los argumentos filosóficos de esta propuesta descansan en que: los símbolos son creados como representantes de los referentes, la estructura del sistema de símbolos se desarrolla, los sistemas de símbolos se separan de los referentes asociados y pueden servir en sí mismos como referentes para nuevos sistemas de símbolos.

Las consideraciones psicológicas del análisis de los procesos cognitivos, empleados en la construcción de sistema de símbolos, muestran que la actuación inicial y espontánea de los niños parece ser que se ajusta a la teoría postulada, en tanto que los esfuerzos instruccionales que cambian el orden de la secuencia teórica son inefectivos y a veces contraproducentes.

2.7.5 Representaciones del Número Racional.

Usualmente, en la enseñanza de los números racionales se tiene en cuenta las actividades cognitivas de formación y transformación, y se considera obvia la traducción entre los sistemas de representación; esto es un error, un sistema no siempre es el adecuado para representar ciertos aspectos de un concepto que solo pueden ser expresados mediante otro, a esta característica se le denomina la irreductibilidad entre sistemas de representación. Así, en la enseñanza del número racional en la educación secundaria se enfatiza en las representaciones simbólicas, en desmedro de la riqueza de otras, como las representaciones gráficas.

Hiebert y Carpenter 1992 citado por Gairin J. M. (2001) asume: el supuesto que la comprensión del número racional está caracterizada por el dominio de sus sistemas de representación, y la coordinación entre ellos. Las traducciones son importantes porque permiten una economía de tratamiento, puesto que hay facetas del número racional que un determinado sistema de representación puede poner de manifiesto con más claridad que otro; además, algunas acciones ligadas al concepto pueden trabajarse con más facilidad en un sistema que otro (pág. 9). Así mismo, los sistemas de representación se complementan, toda representación es cognitivamente parcial en referencia a lo que ella representa, pues de un sistema a otro no son los mismos aspectos de un contenido los que se representan. La comprensión reposa sobre la necesaria coordinación de, al menos, dos sistemas de representación; esta coordinación se manifiesta por la rapidez y la naturalidad de la actividad cognitiva de traducción, pero eso no quiere decir que no se produzca comprensión en un solo

sistema, sino se comprende en forma aislada y parcial perjudicando los aprendizajes posteriores.

Comprender el número racional requiere un adecuado uso de sus representaciones. Será necesario no confundir el representante con el representado. Según Duval (2004), Duval (1993) el representante y representado son importantes para comprender el objeto matemático; por ejemplo, será importante distinguir '1/2' como representante canónico de una clase de equivalencia, y lo que dicho símbolo representa. Las representaciones se organizan en sistemas, así, el sistema de símbolos tiene un conjunto de relaciones semánticas, sintácticas y que adquieren utilidad en la práctica. Las representaciones: $1/2$; 0.5 ; 5×10^{-1} y 50% , cada uno de ellos destaca u oscurece algunos aspectos del objeto matemático, luego no existe una representación universal. Lo que se puede observar es que algunos son más “expresivos”, más comunicativos que otros. Según Duval 1995 citado por Gairin & Sancho (2002) afirma: la comprensión, por decir del número racional, será cada vez más completa en la medida que se construyen sistemas de representación y se realizan las transformaciones al interior de los sistemas de representación y las conversiones de un sistema a otro (p. 43).

Los sistemas de representación simbólica y gráfica desempeñan un papel fundamental para expresar las ideas y las relaciones constitutivas Castro & Rico (1995). Los sistemas de representación del número racional que se utilizan en la enseñanza elemental son las notaciones simbólicas: par ordenado, número decimal, fracción decimal, o verbal, etc.; y con menor frecuencia, las representaciones gráficas (pictóricas, en la recta numérica y en sistema de ejes coordenado), a través de los cuales se organiza el pensamiento y se transmite significados, propiedades y algoritmos operacionales.

a. Representaciones simbólicas del número racional

Los sistemas de representación simbólica son las representaciones digitales y discretas. Es la utilización en forma exclusiva de un lenguaje abstracto usualmente numérico alfabético, es decir, un lenguaje aritmético y algebraico, cuya sintaxis viene descrita mediante una serie de reglas de procedimiento que destacan aspectos operacionales. Las representaciones simbólicas de los números racionales son los pares ordenados de números enteros, con la

restricción que el segundo componente es diferente de cero, dispuesto en las formas: (a, b) o a/b , juntamente con la representación decimal. Los números racionales pueden estar representados en forma verbal y hasta algebraica conjuntista v. gr. $S = \{(a, b) / a, b \in \mathbb{Z} \wedge b \neq 0\}$.

Los cálculos procedimentales son propios de las representaciones simbólicas algebraicas, están ligadas a la forma y no al contenido, y se rigen por un conjunto de reglas y algoritmos. En la representación simbólica fraccional es necesario distinguir la “significación operacional” o procedimiento de cálculo ligado al significante (número representado). Así, 0.5 y $\frac{1}{2}$ representan el mismo número racional, pero tienen significación operatoria diferente. Las representaciones simbólicas del número racional pueden ser: aritméticas y algebraicas - La notación fraccional, sintácticamente se denotan así; a/b o b/a . - La notación decimal, sintácticamente, cumple las normas del sistema de numeración decimal incorporando una coma decimal para separar los dígitos de la parte entera de los de la parte fraccional decimal. - La notación como par ordenado, su sintaxis es (a, b) o $(2, 3)$. - Notación porcentual, su sintaxis es $a\%$ que equivale a $100a$. Esta notación se evalúa semánticamente como un operador que actúa sobre un número o una cantidad de magnitud.

a. Representaciones visuales o figurativas

Su sintaxis viene dada por reglas de composición y convenios de interpretación que permite discernir propiedades de los números racionales. Dentro de las representaciones gráficas se considera las representaciones pictóricas, el modelo de la recta numérica y en el sistema de ejes ortogonales para representar el número como par ordenado.

Representaciones en la Recta Numérica: Es un sistema de signos, imágenes, reglas y convenios con los que se representan gráficamente los números racionales y se interpreta sus propiedades y operaciones sobre una recta numérica. En un primer nivel de análisis, se examina las imágenes específicas, convenios de carácter general y reglas para representar los números. En un segundo nivel de análisis, se considera la recta numérica como un dominio de estudio de las propiedades de orden y densidad de los números racionales.

En la recta numérica, la fracción como representante de un número racional se asocia a un punto en la recta. Es decir, no se asocia a una parte o subconjunto de objetos. Si bien se usa

el concepto de parte-todo para ubicar el punto, no se debe entender como el significado en cuestión. Esta representación tiene la ventaja de conducir al estudiante a entender que las fracciones no solo se ubican entre cero y uno, sino que también, pueden existir más allá del uno, como es el caso de las fracciones impropias y las representaciones mixtas. Esta representación será vital para entender el significado de medida, pues, tendremos que utilizar la representación en la recta numérica como recurso didáctico para estudiar las unidades y subunidades de medidas de longitud. Además, logra que el estudiante comprenda que al igual que los números naturales, los racionales pueden ser parte de la “recta numérica” reclamando su categoría de “número”.

Whitehead (1944) representa las fracciones considerando la serie de números enteros en la recta numérica conformando los “números reales”, estos números se presentan en una recta por medio de puntos sobre la línea que comienza en 0 y se prolonga indefinidamente en la dirección OX como se muestra en la figura 4.

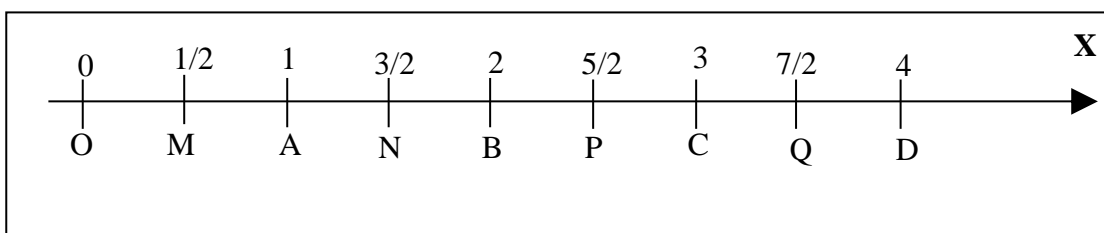


Figura 4: Recuperado de “Introducción a las matemáticas”, Whitehead, A., 1944, Buenos Aries, EMECE.

Donde OA representa la unidad longitud que se transporta a lo largo de la línea AB, BC, CD. Entre O y A se representa las fracciones propias y las inconmensurables menores de 1; y el punto medio de OA representa $\frac{1}{2}$; en tanto que las fracciones impropias se sitúan a través de los puntos AX.

Esta representación transmite la idea de orden de los números, creciente de magnitud, comenzando en cero y aumentando continuamente a medida que se avanza hacia X. Además, se entiende que la serie de fracciones es una serie compacta (propiedad de la densidad de los números racionales), ya que ninguna fracción tiene predecesor o sucesor inmediato; sea el caso de dos fracciones p y q donde $p < q$, entonces, siempre es posible encontrar una fracción

con valor intermedio, basta sumar esas dos fracciones y dividir entre dos y así iterar el proceso indefinidamente. Luego la serie de cifras quebradas es una serie “compacta”.

Finalmente el concepto de fracción es un concepto multidimensional, a través de sus múltiples interpretaciones, que lo hacen un objeto matemático interesante, sin embargo esta característica hace a este concepto enigmático en relación a su enseñanza y aprendizaje, y crea en los estudiantes serios problemas al momento de aprender este concepto y sus operaciones, especialmente en estudiantes de segundo y tercer ciclo de educación básica, por esta razón su estudio es fundamental y la forma de poder estudiar estas interacciones entre las diferentes interpretaciones y su relación con las operaciones básicas, es a través de las representaciones matemáticas propuestas por Duval (2004).

Capítulo III. Marco Metodológico.

En este capítulo, se presentan los elementos del marco metodológico como ser su enfoque cuantitativo, tipo de estudio descriptivo correlacional, tipo de diseño transversal, fuentes de información utilizadas, hipótesis, sistema de variables, población a estudiar, muestra estratificada, técnicas de recolección de datos instrumentos de investigación, técnicas de procesamiento y análisis de los datos prueba de hipótesis.

3.1 Enfoque

El presente estudio es una investigación cuantitativa con alcance correlacional, dicho enfoque se escoge a raíz de su importancia en las investigaciones, ya que gracias al enfoque cuantitativo se llevan a cabo observaciones y se evalúan los fenómenos, se crean suposiciones o ideas, a partir de las observaciones se demuestran si son ciertas, se revisan sobre la base de pruebas, de ahí se proponen nuevas observaciones para cambiar y darle fundamento, o incluso para crear nuevas ideas; en concordancia con lo anterior, se pretende “Establecer el grado de correlación entre la comprensión de las interpretaciones de las fracciones positivas y la capacidad de resolución de las cuatro operaciones básicas con alumnos del III Ciclo de Educación Básica del Centro de Educación Media Gubernamental Técnico Santa Bárbara, Santa Bárbara, Santa Bárbara.”

3.2 Tipo de Estudio

Por otro lado, se decidió realizar un alcance correlacional porque según (Hernandez Sampieri, Fernandez Collado, & Baptista Lucio (2010) la investigación correlacional tiene, en alguna medida, un valor explicativo, aunque parcial, ya que el hecho de saber que dos conceptos o variables se relacionan aporta cierta información explicativa. Tomando en cuenta esto acotamos la información a datos cuantitativos para deducir conocimiento.

Se recolecta y analizan datos para probar las hipótesis y establecer con un grado de probabilidad los patrones de comportamiento de la población. Siendo el estudio correlacional el propósito de este es evaluar el grado de correlación que existe entre dos variables. El estudio es de nivel descriptivo correlacional, ya que reporta información sobre la relación de la comprensión de las interpretaciones de las fracciones y la capacidad de resolución de las cuatro operaciones básicas. La técnica de observación del fenómeno fue a través de la aplicación de Instrumentos (pruebas).

3.3 Tipo de Diseño

Este estudio es de tipo no experimental por lo tanto no tenemos control de las variables, lo que se hace es estudiarlas en su estado natural. La investigación tiene el objetivo de evaluar, describir y correlacionar la comprensión de las interpretaciones de las fracciones con la capacidad de resolución de las cuatro operaciones básicas con fracciones positivas; así mismo no deja de tener una naturaleza aplicada, ya que sus conclusiones y recomendaciones estarán dirigidas a solucionar el problema de los bajos niveles de comprensión que presentan los estudiantes del nivel de educación secundaria.

Como el estudio tiene el objetivo de evaluar el estado de la comprensión de las interpretaciones de las fracciones y la capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones en un momento dado, y determinar la relación entre las variables en un punto del tiempo; el diseño adecuado es transversal o transeccional, acorde al alcance correlacional.

El diseño de investigación es transeccional descriptivo correlacional, porque se indaga la incidencia y los valores en que se manifiestan las variables, las cuales son caracterizadas

Hernandez Sampieri, Fernandez Collado, & Baptista Lucio (2010). Es correlacional, porque describe las relaciones entre la comprensión de las interpretaciones de las fracciones que ostentan los estudiantes con la capacidad de resolución de las operaciones básicas con fracciones (p. 81).

3.4 Fuentes de información utilizadas

3.4.1 Fuentes Primarias.

De acuerdo con Bernal (2010) “Son todas aquellas de las cuales se obtiene información directa, es decir, de donde se origina la información. Es también conocida como información de primera mano...” (p. 191). En este sentido se utilizaron libros, tesis, documentos oficiales de instituciones públicas, así como la información directa proporcionada por los docentes y alumnos de los centros educativos participantes en este estudio.

3.4.2 Fuentes Secundarias.

Según Bernal (2010) “Son todas aquellas que ofrecen información sobre el tema que se va a investigar, pero que no son la fuente original de los hechos o las situaciones, sino que solo los referencian” (p. 192).

En este caso se consultaron libros, revistas, documentos escritos, artículos que interpretan otros trabajos o investigaciones.

3.5 Hipótesis

Las hipótesis planteadas en esta investigación son de tipo correlacional y están basadas en la relación existente entre las siguientes variables:

Variable x: Comprensión de las Interpretación de las fracciones positivas

Variable y: Resolución de operaciones básicas con fracciones positivas.

3.5.1 Hipótesis principal de la Investigación.

- La comprensión de las interpretaciones de las fracciones es dependiente de la capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas.

Ho: $r_{xy} \neq 0$

3.5.2 Hipótesis Nula.

- La comprensión de las interpretaciones de las fracciones es independiente de la capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas.

$$H_0: r_{xy} = 0$$

3.6 Sistema de Variables

3.6.1 Variables a Correlacionar en el estudio.

Variable de Independencia Estadística.

Variable x: Comprensión de las Interpretaciones de la fracción

Variable de Dependencia Estadística.

Variable y: Capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas.

3.6.2 Definición operativa de variables.

Indicadores de la variable X:

- I. Comprensión del significado parte-todo.
- II. Comprensión del significado de medida.
- III. Comprensión del significado razón.
- IV. Comprensión del significado cociente.
- V. Comprensión del significado operador.

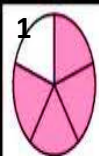
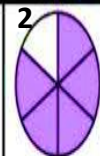
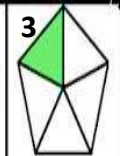
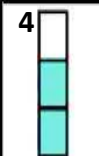
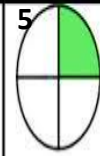
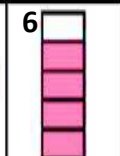
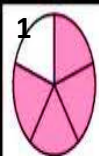
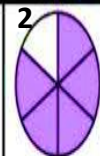
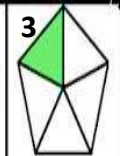
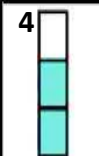
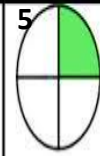
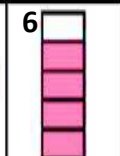
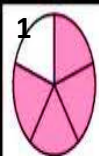
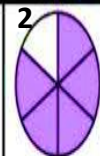
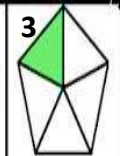
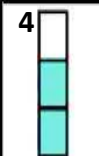
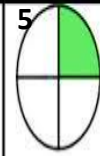
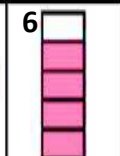
Indicadores de la variable Y:

- I. Realiza la adición de fracciones utilizando el algoritmo de la operación aritmética.
- II. Efectúa la operación de sustracción de fracciones.
- III. Efectúa la operación de multiplicación de fracciones utilizando el algoritmo adecuado.
- IV. Utiliza el algoritmo en la realización de la división de fracciones.

3.6.3 Matriz de operacionalización de variables.

3.6.3.1 Variables independientes: interpretaciones de las fracciones positivas.

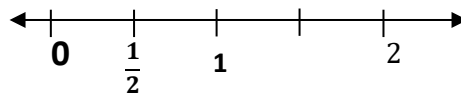
Tabla 1 Matriz de la operacionalización de la variable independiente

Definición Conceptual.	Definición Operacional.	Indicadores	Ítems												
<p>La interpretación Parte-todo. Este significado se da cuando existe la división de una unidad en partes iguales, de las que se “destacan” algunas. Las partes en que se ha dividido la unidad son el denominador de la fracción, mientras que las partes que se destacan están indicadas por el numerador.</p>	<p>Instrumento “SITUACION ES DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES Y SUS DIFERENTES SIGNIFICADOS”</p>	<p>Responde correctamente el ítem.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\frac{4}{5}$ 2. $\frac{5}{6}$ 3. $\frac{1}{5}$ 4. $\frac{2}{3}$ 5. $\frac{1}{4}$ 6. $\frac{4}{5}$ 	<p>Escriba la fracción que representa la parte coloreada en cada gráfico. Escriba las respuestas en la columna derecha.</p> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">1</td> <td></td> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">2</td> <td></td> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">3</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">4</td> <td></td> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">5</td> <td></td> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">6</td> <td></td> </tr> </table> <ol style="list-style-type: none"> 1. _____ 2. _____ 3. _____ 4. _____ 5. _____ 6. _____ 	1		2		3		4		5		6	
1		2		3											
4		5		6											

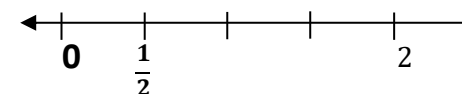
La **interpretación como medida** responde a la necesidad de medir una magnitud tomando como unidad de medida otra magnitud de la misma naturaleza que la anterior, que no está incluido un número entero de veces en ella.

Instrumento “SITUACIONES DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES Y SUS DIFERENTES SIGNIFICADOS”

Responde correctamente el ítem.



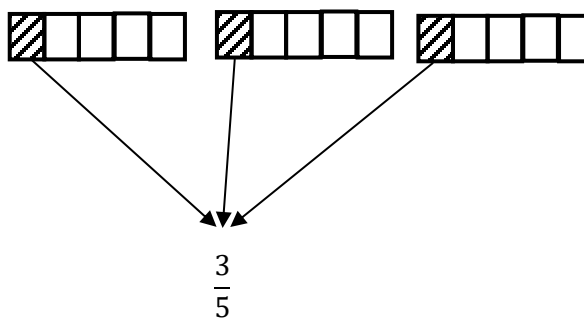
Ubique el número 1 en la recta numérica a partir del siguiente dato.



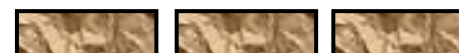
La **interpretación como cociente**. En este caso, la fracción a/b representa una situación de reparto, en la que se trata de conocer el tamaño de cada una de las partes que resulta de distribuir a unidades en b partes iguales.

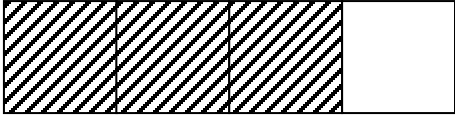
Instrumento “SITUACIONES DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES Y SUS DIFERENTES SIGNIFICADOS”

Responde correctamente el ítem.



Tenemos tres barras de chocolate y hay que repartirlas de forma equitativa (partes iguales) entre cinco niños, ¿cuánto le tocará a cada uno? Use las barras de abajo para ilustrar la respuesta.



<p>La Interpretación como operador. En este constructo se parte de un número o figura dada y mediante la realización de operaciones se transforma en un segundo número o figura.</p>	<p>Instrumento “SITUACIONES DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES Y SUS DIFERENTES SIGNIFICADOS”</p>	<p>Responde correctamente el ítem.</p>	<p>Toma dos tercios de la parte rayada, ¿Cuánto has escogido del total?</p>
		$\frac{2}{4} \quad \text{ó} \quad \frac{1}{2}$	
<p>La interpretación como razón. En este constructo a/b no representa la partición de ningún objeto o cantidad de magnitud, sino la relación que existe entre dos cantidades de magnitud o la comparación entre los cardinales de dos conjuntos.</p>	<p>Instrumento “SITUACIONES DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES Y SUS DIFERENTES SIGNIFICADOS”</p>	<p>Responde correctamente el ítem.</p>	<p>En séptimo grado hay matriculados 8 niñas y 24 varones. ¿Por cada niña matricula cuantos varones hay matriculados? Escribe la respuesta en forma de fracción.</p>
		$\frac{24}{8}$	<p>—</p>
		<p>R: hay 3 varones matriculados por cada niña matriculada.</p>	

3.6.3.2 Variables dependientes: Resolución de operaciones básicas con fracciones positivas.

Tabla 2 Matriz de la operacionalización de la variable dependiente}

Definición Conceptual.	Definición Operacional.	Indicadores	Ítems
Adición de Fracciones	“Resolución de operaciones básicas con fracciones positivas”	Resuelve el problema planteado aplicando el algoritmo de la Adición de fracciones.	Juan se ha comido $\frac{3}{8}$ de un pastel y Pedro $\frac{2}{8}$ del mismo pastel. ¿Cuánto pastel se han comido entre los dos? Explique en un párrafo, con sus propias palabras el procedimiento que utilizo para resolver el problema.
Sustracciones de fracciones	“Resolución de operaciones básicas con fracciones positivas”	Resuelve el problema planteado aplicando el algoritmo de la sustracción de fracciones.	La mamá de Juan tiene una botella de 1 litro de refresco, cuando Juan llega a su casa se toma $\frac{3}{4}$ de litro. ¿Cuántos litros de refresco le quedaron a la mamá de Juan? Explique en un párrafo, con sus propias palabras el procedimiento que utilizo para resolver el problema.
Multiplicación de fracciones	“Resolución de operaciones básicas con fracciones positivas”	Resuelve el problema planteado aplicando el algoritmo de la multiplicación de fracciones.	Ana utilizó $\frac{3}{4}$ de una docena de huevos para realizar un pastel, ¿Cuántos huevos utilizo? Explique en un párrafo, con sus propias palabras el procedimiento que utilizo para resolver el problema.
División de fracciones	“Resolución de operaciones básicas con fracciones positivas”	Resuelve el problema planteado aplicando el algoritmo de la división de fracciones.	Hay 3 barras de chocolates para repartir entre 4 niños. Se reparten en partes iguales sin que sobre nada. ¿Cuánto come cada niño? Explique en un párrafo, con sus propias palabras el procedimiento que utilizo para resolver el problema.

3.7 Población y muestra

3.7.1 Población.

La población fueron los estudiantes de Tercer Ciclo de Educación Básica y Bachillerato Técnico Profesional del Instituto Técnico Santa Bárbara de la Jornada Matutina y Vespertina, este centro educativo es gubernamental de financiamiento público, los estudiantes asisten en la jornada matutina y vespertina. La siguiente tabla muestra la cantidad de estudiantes por módulo, por jornada, por grado y por sección.

Tabla 3 Población del estudio

Jornada.	Modalidad	Grado.	Sección.	N°.
Matutina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Séptimo.	Sección "A"	40
Matutina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Séptimo.	Sección "B"	40
Matutina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Séptimo.	Sección "C"	41
Vespertina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Séptimo.	Sección "D"	36
Vespertina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Séptimo.	Sección "E"	36
Matutina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Octavo.	Sección "A"	30
Matutina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Octavo.	Sección "B"	30
Matutina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Octavo.	Sección "C"	30
Vespertina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Octavo.	Sección "D"	54
Matutina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Noveno.	Sección "A"	47
Matutina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Noveno.	Sección "B"	50
Vespertina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Noveno.	Sección "C"	47
TOTAL				481

3.7.2 Muestra.

Sampieri (2006). El tamaño de la muestra fue determinado por la formula $n =$

$\frac{n'}{1 + \frac{n'}{N}}$ donde n' es el tamaño provisional de la muestra y es directamente

proporcional a la varianza de la muestra e inversamente proporcional a la varianza

de la población $n' = \frac{s^2}{v^2}$.

Siendo la población todos los estudiantes del Instituto de Educación Secundaria “Técnico Santa Bárbara” que están en la modalidad de Tercer Ciclo de Educación Básica; Bachillerato Técnico Profesional y Bachillerato en Ciencias y Humanidades, el tamaño poblacional fue 481. Entonces, el tamaño de la muestra de estudiantes (n) a quienes se aplicó los instrumentos de recolección de datos está calculado con un error estándar menor de 0.05.

$N =$ tamaño de la población 481

$se =$ error estándar = 0.015, determinado por nosotros.

$s^2 =$ varianza de la muestra expresada como la probabilidad de ocurrencia del valor promedio de una variable: $p = 0.9$.

$V^2 =$ varianza de la población al cuadrado que se definió como el cuadrado del error estándar (se^2).

$n' =$ tamaño de la muestra sin ajustar.

$n =$ tamaño de la muestra definitivo.

Tenemos el cálculo:

$$s^2 = p(1 - p) = 0.9(1 - 0.9) = 0.09$$

$$V^2 = (se)^2 = (0.015)^2 = 0.000225$$

$$n' = \frac{s^2}{V^2} = \frac{0.09}{0.000225} = 400$$

$$n = \frac{400}{1 + \frac{400}{481}} = \frac{400}{1 + 0.83160083} = \frac{400}{1.83160083} = 218.388 \approx 218.$$

La muestra de estudio es probabilística estratificada, porque tenemos subgrupos en el que la población se divide en segmentos y se seleccionó una muestra para cada segmento poblacional, ya que, los primeros dos objetivos del estudio son comparar los resultados entre segmentos, grupos o nichos de la población. En nuestro caso, los estratos son séptimo, octavo y noveno grado con sus respectivas secciones y jornadas. La estratificación en estratos de estudio aumenta la precisión de la muestra, además, implica el uso de diferentes tamaños de muestras para cada estrato, con el objetivo de reducir la varianza de cada unidad de la media

muestral. Kish (1995), citado por Hernandez Sampieri, Fernandez Collado, & Baptista Lucio (2010) sostiene que: un número determinado de elementos muestrales $n = \sum nh$, la varianza de la media muestral puede reducirse al mínimo cuando el tamaño de la muestra para cada estrato es proporcional a la desviación estándar dentro del estrato.

Si la población es $N= 481$ estudiantes de los cinco grados de estudio y el tamaño de la muestra es $n = 218$ estudiantes, la muestra que necesitamos para cada estrato es:

$$\frac{n}{N} = \frac{218}{481} = 0.4540$$

de manera que el total de la subpoblación se multiplica por esta fracción constante para obtener el tamaño de la muestra por cada estrato.

Tabla 4 *Muestra estratificada del estudio.*

Jornada.	Modalidad	Grado.	Sección.	No.
Matutina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Séptimo.	Sección “A”	18
Matutina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Séptimo.	Sección “B”	18
Matutina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Séptimo.	Sección “C”	19
Vespertina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Séptimo.	Sección “D”	16
Vespertina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Séptimo.	Sección “E”	16
Matutina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Octavo.	Sección “A”	14
Matutina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Octavo.	Sección “B”	14
Matutina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Octavo.	Sección “C”	14
Vespertina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Octavo.	Sección “D”	25
Matutina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Noveno.	Sección “A”	21
Matutina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Noveno.	Sección “B”	22
Vespertina.	Tercer Ciclo de Educación Básica	Noveno.	Sección “C”	21
TOTAL				218

3.8 Técnicas de recolección de Información

3.8.1 Etapas del proceso.

El proceso de investigación se llevó a cabo en dos procesos, en primer lugar, se hizo la recolección de los datos a través de la aplicación de dos instrumentos; el primer instrumento consta de seis ítems sobre las diferentes interpretaciones tomadas en cuenta en esta

investigación y el segundo consta de 4 problemas relacionados con las operaciones de suma, resta, multiplicación y división de números fraccionarios.

Luego de la recolección de los datos se llevó a cabo el análisis a través de un programa estadístico informático llamado *Statistical Package for the Social*, con el cual se aplicó pruebas de normalidad de variables y homogeneidad de varianzas que confirmaron la aplicación de pruebas no paramétricas, Chi-cuadrado junto con las pruebas específicas como Kruskal Wallis, U Mann Whitney para determinar si existe relación entre las dos variables y con respecto a los grados (séptimo, octavo y noveno) y Rho de Spearman para determinar magnitud de la relación entre las variables “X” e “Y”.

3.8.2 Instrumentos de Recolección de Datos.

El instrumento es concebido como el medio material empleado para recoger y almacenar información. En esta investigación se utilizó el cuestionario o prueba de tipo cerrado y abierto, diseñado en forma sencilla y clara, de manera que sea comprendida con facilidad. En cuanto a la validez del instrumento fue favorablemente validado por la correlación por rangos.

Los instrumentos que se aplicaron fueron los siguientes:

- a) Prueba de comprensión de las interpretaciones de fracciones
- b) Prueba de operaciones básicas con fracciones

3.8.3 Descripción y análisis del instrumento de recolección de datos.

Para la evaluación de la comprensión de las interpretaciones de fracciones que manifiestan los estudiantes se diseñó una prueba de seis preguntas abiertas, se optó por estas, porque son más adecuadas para recoger información que, podría quedar oculta si se hace uso de preguntas cerradas o de opción única o múltiple.

El instrumento tiene un conjunto de orientaciones como: instrucciones para responder el cuestionario; seguidamente se proponen los seis ítems organizados según las interpretaciones de la fracción tal como se muestra en el anexo “Prueba sobre comprensión de las interpretaciones de fracción”.

Este instrumento se estructura de la siguiente forma: la primera y segunda pregunta evalúa la interpretación “parte-todo continuo” y “parte-todo discreto” respectivamente; la tercera pregunta evalúa la interpretación de “medida”; la cuarta, como “cociente”; y la quinta, como “razón”, y la última la interpretación como “operador”. De los seis enunciados solo la tercera tiene una representación gráfica de segmentos. En lo posible se ha procurado que los enunciados no tengan el auxilio de gráficos, con la finalidad de crear la posibilidad de que el estudiante utilice las representaciones gráficas.

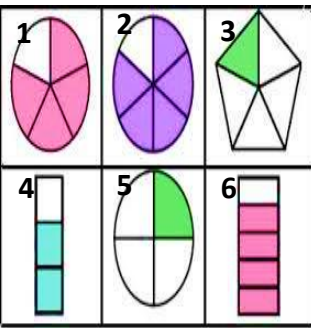
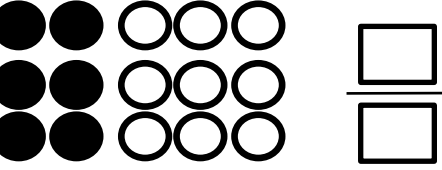
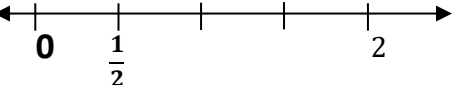
Se ha pretendido que los instrumentos de medición registren datos observables a través de representaciones simbólicas, que denoten con nitidez los procesos cognitivos involucrados, más cercano posible a la variable de interés; se trató de alcanzar este requisito con la formulación de preguntas abiertas, porque estas dan mayor posibilidad de recoger información sobre lo que acontece en el ámbito de las representaciones internas del sujeto, exteriorizadas a través de las representaciones externas que presentan en cada respuesta.


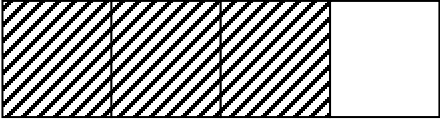
Para acceder a la mayor riqueza de las respuestas se habilitaron espacios de respuestas; en la resolución del problema se sugirió hacer todos los cálculos en el espacio que se designó; además, se pidió no borrar los errores o equivocaciones para tener pistas sobre sus procesos de solución.

3.8.4 Procesos de Elaboración del instrumento.

La secuencia del proceso de construcción del instrumento “Comprensión de las interpretaciones de la fracción positiva” se inicia con la definición de las diferentes interpretaciones de las fracciones. Para esta tarea se tomó como documento orientador el libro de Llinares Ciscar & Sanchez Garcia (1997) se exponen los objetivos de cada ítem, que en la tabla se muestra como “Desempeño esperado”, es decir, las habilidades que deberán mostrar los sujetos. Estas habilidades están referidas a la comprensión de las cinco interpretaciones más usuales que tienen los números fraccionarios: la fracción como parte-todo, cociente, medida, razón y operador. Paso seguido, se formula una pregunta por cada desempeño esperado, tal como muestran los cuadros que a continuación se exponen:

Tabla 5 Construcción del instrumento de investigación (Comprensión de las interpretaciones de la fracción).

Definición de las interpretaciones de las fracciones, según (Llinares Ciscar & Sanchez Garcia, 1997).	Desempeño Esperado.	Problemas.
<p>La interpretación Parte-todo. Este significado se da cuando existe la división de una unidad en partes iguales, de las que se “destacan” algunas. Las partes en que se ha dividido la unidad son el denominador de la fracción, mientras que las partes que se destacan están indicadas por el numerador. La relación “parte-todo” se presenta cuando un “todo” (continuo o discreto) se divide en partes “congruentes” (equivalentes como cantidad de superficie o cantidad de “objetos”). La fracción indica la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes (que puede estar formado por varios “todos”). El todo recibe el nombre de unidad.</p>	<p>Continuo</p> <p>Interpreta una situación problemática, enunciada, de la fracción en su significado parte-todo “continuo” proponiendo una explicación simbólica y gráfica.</p>	<p>Escriba la fracción que representa la parte coloreada en cada gráfico. Escriba las respuestas en la columna derecha.</p>  <p>1. _____ 2. _____ 3. _____ 4. _____ 5. _____ 6. _____</p>
<p>La interpretación como medida En este constructo se plantea la necesidad ubicar la unidad (1) a partir del segmento con medida $\frac{1}{2}$. En términos generales se puede decir que la fracción como medida responde a la necesidad de medir una magnitud tomando como unidad de medida otra magnitud de la misma naturaleza que la anterior, que no está incluido un número entero de veces en ella. El objeto que medir no siempre será una longitud, puede ser un área, el tiempo, masa, etc.</p>	<p>Discreto</p> <p>Interpreta una situación problemática de la fracción, enunciada, en su significado parte-todo “discreto” proponiendo una explicación simbólica y gráfica.</p>	<p>Dada la serie de fichas, escriba en el recuadro la fracción que representan las fichas negras con respecto al total de fichas. Escriba su respuesta en el recuadro que está a la par.</p> 
	<p>Interpreta una representación gráfica lineal que trasmite el significado de la fracción como “medida” y traduce a Representación simbólica.</p>	<p>Ubique el número 1 en la recta numérica a partir del siguiente dato.</p> 

Definición de las interpretaciones de las fracciones, según (Llinares Ciscar & Sanchez Garcia, 1997).	Desempeño Esperado.	Problemas.
<p>La Interpretación como cociente En este caso, la fracción a/b representa una situación de reparto, en la que se trata de conocer el tamaño de cada una de las partes que resulta de distribuir a unidades en b partes iguales.</p>	<p>Interpreta una situación problemática, enunciada, de la fracción en su significado como “cociente” y explica el reparto usando símbolos y gráficas.</p>	<p>Tenemos tres barras de chocolate y hay que repartirlas de forma equitativa (partes iguales) entre cinco niños, ¿cuánto le tocará a cada uno? Use las barras de abajo para ilustrar la respuesta.</p> 
<p>La Interpretación como razón. En este constructo a/b no representa la partición de ningún objeto o cantidad de magnitud, sino la relación que existe entre dos cantidades de magnitud, la comparación entre los cardinales de dos conjuntos o la comparación entre una cantidad de magnitud y el cardinal de un conjunto. La comparación se establece entre las cantidades que expresan el numerador y el denominador y, por tanto, el orden en que se citan las magnitudes que se están comparando es esencial.</p>	<p>Interpreta el enunciado problemático que involucra fracciones en su significado de “razón” a través de una explicación simbólica y o gráfica.</p>	<p>En séptimo grado hay matriculados 8 niñas y 24 varones. ¿Por cada niña matricula cuantos varones hay matriculados? Escribe la respuesta en forma de fracción.</p>
<p>La Interpretación como operador. El número Racional como “operador”: En este constructo se parte de un número o figura dada y mediante la realización de operaciones se transforma en un segundo número o figura. Por tanto, se puede interpretar a la fracción como una función de cambio. El trabajo con operadores conecta las fracciones con las propiedades algebraicas de multiplicación inversa y de identidad de elementos, y con propiedades del análisis como son los de composición de funciones.</p>	<p>Identifica la fracción en su significado como “operador” y lo utiliza para la solución de una situación problemática a través de su representación simbólica.</p>	<p>Toma dos tercios de la parte rayada, ¿Cuánto has escogido del total?</p> 

3.8.4.1 Análisis de Confiabilidad del instrumento de investigación

“Interpretaciones de las fracciones positivas”.

Para realizar el análisis de confiabilidad del instrumento de investigación se aplicó el instrumento a 33 estudiantes entre 11 y 15 años, pertenecientes al Instituto Departamental la

Independencia; centro educativo ubicado en la ciudad de Santa Bárbara y de carácter gubernamental. Con los datos obtenidos se aplicó el coeficiente Alfa de Cronbach en el programa estadístico cuyas siglas en inglés son SPSS.

Tabla 6 *Resumen de procesamiento de casos*

		N	%
Casos	Válido	33	100
	Excluido	0	0
	Total	33	100.0

Tabla 7 *Estadísticas de Confiabilidad*

Alfa de Cronbach	N de elementos
.873	2

El análisis de confiabilidad que se le aplicó al instrumento de investigación por medio del coeficiente Alfa de Cronbach cuyo valor es .873, confirma que el instrumento de investigación “Interpretaciones de las fracciones positivas” es confiable.

3.8.4.2 Análisis de Validez del instrumento de investigación

“Interpretaciones de las fracciones positivas”.

Para realizar el análisis de Validez del instrumento de investigación se sometió la primera versión del instrumento, a siete expertos en el área de las fracciones, pertenecientes al Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, del Centro Regional Universitario San Pedro Sula. Cada experto valoró del 1 al 5 los 11 ítems del instrumento “Interpretaciones de las fracciones positivas”, tomando en cuenta la siguiente escala tipo Likert: 1= muy poco aceptable, 2= poco aceptable, 3= regular, 4= aceptable, 5= muy aceptable.

La secuencia del proceso de construcción del instrumento “Capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas” se inicia tomando como documento orientador el libro de Linares Ciscar & Sanchez Garcia, (1997), donde se exponen los objetivos de cada ítem, es decir, las habilidades que deberán mostrar los sujetos.

Estas habilidades están referidas a la capacidad de resolver problemas que impliquen las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división con números fraccionarios.

Paso seguido, se formula un problema por cada operación básica, tal como muestran los cuadros que a continuación se exponen:

Tabla 8 Construcción del instrumento de investigación (Capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas).

Universo de las Operaciones	Objetivos	Enunciado del Ítems
Adición	Realizar la adición de fracciones utilizando el algoritmo adecuado.	Juan se ha comido $\frac{3}{8}$ de un pastel y Pedro $\frac{2}{8}$ del mismo pastel. ¿Cuánto pastel se han comido entre los dos? Explique en un párrafo, con sus propias palabras el procedimiento que utilizo para resolver el problema.
Sustracción	Efectuar la operación de sustracción de fracciones	La mamá de Juan tiene una botella de 1 litro de refresco, cuando Juan llega a su casa se toma $\frac{3}{4}$ de litro. ¿Cuántos litros de refresco le quedaron a la mamá de Juan? Explique en un párrafo, con sus propias palabras el procedimiento que utilizo para resolver el problema.
Multiplicación	Efectuar la operación de multiplicación de fracciones utilizando el algoritmo correspondiente.	Ana utilizó $\frac{3}{4}$ de una docena de huevos para realizar un pastel, ¿Cuántos huevos utilizo? Explique en un párrafo, con sus propias palabras el procedimiento que utilizo para resolver el problema.
División	Efectuar la división de fracciones utilizando el algoritmo correspondiente.	Hay 3 barras de chocolates para repartir entre 4 niños. Se reparten en partes iguales sin que sobre nada. ¿Cuánto come cada niño? Explique en un párrafo, con sus propias palabras el procedimiento que utilizo para resolver el problema.

Este instrumento evalúa el manejo de algoritmos de las operaciones básicas con fracciones: adición, sustracción, multiplicación y división es esencialmente elemental, lo que se pretende con este instrumento es evaluar si los estudiantes del III ciclo de educación básica pueden efectuar las operaciones con dos números fraccionarios planteados en un contexto de resolución de problemas. Se ha tenido el cuidado, de no introducir distractores en su

formulación, de ahí su enunciado simple, directo y concreto. Es evidente que el Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica y los libros de texto de Secretaria de Educación (2000) promueven el estudio de las operaciones básicas con fracciones, así los estándares de matemáticas señalan la capacidad: “Calcula la suma y la diferencia de fracciones heterogéneas usando fracciones homogéneas” (p. 197) en cuarto grado de educación primaria y como conocimiento “Adición, sustracción, multiplicación y división con fracciones” (p. 203) en sexto grado. Considerando los argumentos precedentes se afirma con seguridad que el 100% de los estudiantes de la muestra estudiaron los algoritmos básicos de las operaciones con fracciones.

3.8.4.3 Análisis de confiabilidad del Instrumento de Investigación.

“Operaciones básicas con fracciones positivas”.

Para realizar el análisis de confiabilidad del instrumento de investigación se aplicó el instrumento a 33 estudiantes entre 11 y 15 años, pertenecientes al Instituto Departamental la Independencia; centro educativo ubicado en la ciudad de Santa Bárbara y de carácter gubernamental. Con los datos obtenidos se aplicó el coeficiente Alfa de Cronbach en el programa estadístico cuyas siglas en ingles son SPSS.

Tabla 9 Resumen de procesamiento de casos

		N	%
Casos	Válido	33	100
	Excluidos ^a	0	0
	Total	33	100.0

Tabla 10 Estadísticas de confiabilidad

Alfa de Cronbach	N de elementos
.860	2

El análisis de confiabilidad que se le aplicó al instrumento de investigación por medio del coeficiente Alfa de Cronbach cuyo valor es .860, confirma que el instrumento de investigación “Operaciones básicas con fracciones positivas” es confiable.

3.8.4.4 Análisis de Validez del instrumento de investigación

“Operaciones básicas con fracciones positivas”.

Para realizar el análisis de Validez del instrumento de investigación se sometió el instrumento a siete expertos en el área de las fracciones, pertenecientes al Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, del Centro Regional Universitario San Pedro Sula. Cada experto valoro del 1 al 5 los 4 ítems del instrumento “Interpretaciones de las fracciones positivas”, tomando en cuenta la siguiente escala tipo Likert: 1= muy poco aceptable, 2= poco aceptable, 3= regular, 4= aceptable, 5= muy aceptable.

3.9 Técnicas para Procesamiento y análisis de la información.

3.9.1 Estadística Descriptiva.

1.- Una primera tarea fue clasificar los datos individuales sin agrupamiento, es decir, agrupar los datos recogidos de cada una de las variables, y presentarlas en tablas de frecuencia y gráficos. La clasificación implica que realicemos lo siguiente: codificación, transferencia y tabulación.

-Tablas de frecuencia: para presentar datos discretos en escalas nominales y ordinales, como por ejemplo tipos de respuestas presentadas por los educandos y porcentaje de respuestas correctas e incorrectas.

- Gráficas de barras: para presentar datos discretos en escalas nominales y ordinales, como por ejemplo tipos de respuestas presentadas por los educandos y porcentaje de respuestas correctas e incorrectas.

- En un primer momento se presentan tablas de frecuencia y graficas de datos generales de los instrumentos.
- Después se presentan tablas y graficas de barras agrupadas por instrumento para mostrar los resultados de cada una de las dimensiones de las variables.
- Por último, se presenta una tabla de medidas de tendencia central y dispersión y la gráfica de barra agrupada por grado para mostrar los resultados de cada una de las variables.

3.9.2 Estadística Inferencial.

3.9.2.1 Prueba de Normalidad de las variables.

Los análisis de normalidad, también llamados contrastes de normalidad tienen como objetivo analizar cuánto difiere la distribución de los datos observados respecto a lo esperado si procediesen de una distribución normal con la misma media y desviación típica. Pueden diferenciarse tres estrategias: las basadas en representaciones gráficas, en métodos analíticos y en test de hipótesis.

A continuación, se muestran las pruebas de hipótesis más empleados para analizar la normalidad de los datos. En todos ellos, se considera como hipótesis nula que los datos sí proceden de una distribución normal y como hipótesis alternativa que no lo hacen. El p-valúe de estas pruebas indica la probabilidad de obtener una distribución como la observada si los datos proceden realmente de una población con una distribución normal.

Test de Shapiro-Wilk.

Este test se emplea para contrastar normalidad cuando el tamaño de la muestra es menor de 50. Para muestras grandes es equivalente al test de kolmogorov-Smirnov.

Test de Kolmogorov-Smirnov y modificación de Lillefors.

El test de Kolmogorov-Smirnov permite estudiar si una muestra procede de una población con una determinada distribución (media y desviación típica), no está limitado únicamente a la distribución normal. Se ejecuta con la función `ks.test()`.

3.9.2.2 Prueba de Homogeneidad de las varianzas de las variables.

El supuesto de homogeneidad de varianzas, también conocido como supuesto de homocedasticidad, considera que la varianza es constante (no varía) en los diferentes niveles de un factor, es decir, entre diferentes grupos.

A la hora de realizar contrastes de hipótesis o intervalos de confianza, cuando los tamaños de cada grupo son muy distintos ocurre que:

- Si los grupos con tamaños muestrales pequeños son los que tienen mayor varianza, la probabilidad real de cometer un error de tipo I en los contrastes de hipótesis será

menor de lo que se obtiene al hacer la prueba. En los intervalos, los límites superior e inferior reales son menores que los que se obtienen. La inferencia será por lo general más conservadora.

- Si, por el contrario, son los grupos con tamaños muestrales grandes los que tienen mayor varianza, entonces se tendrá el efecto contrario y las pruebas serán más liberales. Es decir, la probabilidad real de cometer un error de tipo I es mayor que la devuelta por la prueba y los intervalos de confianza verdaderos serán más amplios que los calculados.

Existen diferentes pruebas que permiten evaluar la distribución de la varianza. Todos ellos consideran como hipótesis nula que la varianza es igual entre los grupos y como hipótesis alternativa que no lo es. La diferencia entre ellos es el estadístico de centralidad que utilizan:

- Los test que trabajan con la media de la varianza son los más potentes cuando las poblaciones que se comparan se distribuyen de forma normal.
- Utilizar la media truncada mejora el test cuando los datos siguen una distribución de Cauchy (colas grandes).
- La mediana consigue mejorarlo cuando los datos siguen una distribución asimétrica.

Por lo general, si no se puede alcanzar cierta seguridad de que las poblaciones que se comparan son de tipo normal, es recomendable recurrir a test que comparen la mediana de la varianza.

El test de Levene se puede aplicar con la función Levene Test del paquete car. Se caracteriza, además de por poder comparar 2 o más poblaciones, por permitir elegir entre diferentes estadísticos de centralidad: mediana (por defecto), media, media truncada. Esto es importante a la hora de contrastar la homocedasticidad dependiendo de si los grupos se distribuyen de forma normal o no.

3.9.2.3 Prueba no paramétrica Kruskal-Wallis y U-Mann-Whitney.

La prueba de Kruskal-Wallis, también conocido como test H, es la alternativa no paramétrica a la prueba ANOVA de una vía para datos no pareados. Se trata de una extensión de la prueba

de Mann-Whitney para más de dos grupos. Se trata por lo tanto de una prueba que emplea rangos para contrastar la hipótesis de que k muestras han sido obtenidas de una misma población.

A diferencia del ANOVA en el que se comparan medias, la prueba de Kruskal-Wallis contrasta si las diferentes muestras están equidistribuidas y que por lo tanto pertenecen a una misma distribución (población). Bajo ciertas simplificaciones puede considerarse que la prueba de Kruskal-Wallis compara las medianas.

- H_0 : todas las muestras provienen de la misma población (distribución).
- H_A : Al menos una muestra proviene de una población con una distribución distinta.

Prueba de Mann-Whitney: Esta prueba se emplea en dos muestras independientes. Se emplea para resolver el mismo caso que resuelve la prueba de la Suma de rangos de Wilcoxon. La variable debe de estar en escala cuantitativa.

Hipótesis:

- a. H_0 : $MedA = MedB$ (La hipótesis nula equivale a decir que las dos poblaciones difieren con respecto a su tendencia central)
- b. H_1 : $MedA \neq MedB$ (donde A y B designan las dos muestras)

La prueba U de Mann-Whitney (o prueba de Mann Whitney) y la prueba de la Suma de rangos de Wilcoxon son completamente equivalentes; escoger una u otra es cuestión de conveniencia.

3.9.2.4 Prueba no paramétrica Chi-Cuadrado.

La prueba χ^2 es la alternativa aproximada a la prueba binomial (dos niveles) o multinomial (>2 niveles), es utilizada cuando el número de observaciones o de grupos es demasiado alto para poder emplear las pruebas exactos. Permite comparar la distribución de las observaciones en los diferentes niveles de una variable cualitativa con lo esperado acorde a una distribución hipotética H_0 . Se trata por lo tanto de una expansión del Z-test para una proporción cuando la variable estudiada tiene dos o más niveles.

El funcionamiento de la prueba consiste en cuantificar y sumar las diferencias entre el número de eventos observadas en cada nivel con respecto al número esperado acorde a H_0 . El valor

de este sumatorio se asigna a un estadístico llamado χ^2 y se emplea su relación matemática con la distribución χ^2 para estimar la probabilidad de obtener un valor igual o más extremo.

3.9.2.5 Prueba no paramétrica Ro-Spearman.

El coeficiente de Spearman es el equivalente al coeficiente de Pearson, pero con una previa transformación de los datos a rangos. Se emplea como alternativa cuando los valores son ordinales, o bien, cuando los valores son continuos, pero no satisfacen la condición de normalidad requerida por el coeficiente de Pearson y se pueden ordenar transformándolos en rangos. Al trabajar con rangos, es menos sensible que Pearson a valores extremos. Existe una diferencia adicional con respecto a Pearson. El coeficiente de Spearman requiere que la relación entre las variables sea monótona, es decir, que cuando una variable crece la otra también lo hace o cuando una crece la otra decrece (que la tendencia sea constante). Este concepto no es exactamente el mismo que linealidad.

3.9.2.6 Técnicas para procesar y analizar Factores Asociados (interpretaciones de la fracción) sobre la resolución de operaciones básicas con fracciones positivas.

En la presente investigación hay varias variables dependientes que pertenecen a la dimensión “Capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas” y diferentes variables o **factores** independientes que pertenecen a la dimensión “Comprensión de las diferentes interpretaciones de la fracción. Los objetivos van encaminados a determinar cuál es el nivel de correlación existente entre las variables independientes y las variables dependientes, en este sentido se utilizó la técnica conocida como “**Chi-Cuadrado**” que según De la Fuente (2011) consiste en la reducción de datos que sirve para encontrar grupos homogéneos de variables a partir de un conjunto numeroso de variables (p. 1).

La prueba no paramétrica Chi-Cuadrado aplicada a los instrumentos de investigación contestado por los estudiantes, agrupó los ítems estableciendo los posibles agrupamientos entre los cinco factores o interpretaciones de una fracción y las cuatro operaciones básicas. A estos factores se les aplicó la prueba de hipótesis y correlación ro-Spearman para encontrar los que están vinculados de mayor manera con las operaciones básicas que desarrollaron los estudiantes del Tercer Ciclo de Educación Básica. Esperando que los agrupamientos se den como lo menciona en su libro Fracciones Llinares Ciscar & Sanchez Garcia (1997) (p. 134).

Procedimiento:

Para el análisis de los datos correspondientes al instrumento interpretaciones de fracciones positivas y al instrumento resolución de operaciones básicas con fracciones, aplicadas a los alumnos se desarrollaron los siguientes pasos:

1. Cada Ítem contenía 2 posibles respuestas en una escala numérica por lo que se codificó de la siguiente manera:
correcta..... 1
incorrecta..... 0
2. Se utilizó el software SPSS diseñando una matriz de datos la cual contenía las respuestas de cada Ítem con su código de acuerdo con la escala anterior.
3. A los datos ingresados(variables), se les aplicó la prueba de normalidad, para comprobar si los datos provenían de una distribución normal. Luego de obtener los resultados de la prueba de normalidad, se procedió a la aplicación de la prueba de homogeneidad de varianza. Con el objetivo de determinar si se aplican pruebas paramétricas o no paramétricas en el análisis de los datos y comprobación de hipótesis.
4. A las variables dependiente e independiente se les aplicó la prueba no paramétrica Kruskal Wallis y Mann Whitney para determinar si existe diferencias de estas variables (dependientes e independientes) con respecto a los grados del III ciclo de educación Básica.
5. También a las variables, se les aplicó la prueba no paramétrica “*Chi-Cuadrado*” en SPSS, para determinar la relación entre variables dependientes e independientes.
6. La prueba no paramétrica Chi Cuadrado agrupó los ítems generando factores latentes.
7. A las variables agrupadas por factores, se les aplicó la correlación de ro- Spearman para obtener las que tienen una correlación significativa con cada operación básica con fracciones positivas.
8. Una vez obtenidos los factores (interpretaciones de las fracciones positivas) que más incidencia tienen en la capacidad de resolución de las cuatro operaciones básicas en los alumnos del III ciclo de educación básica, se procedió a hacer el análisis de los datos respectivos.

En conclusión el enfoque cuantitativo, con estudio correlacional-descriptivo, nos permitirá comprender la relación entre las variables a estudiar en un momento determinado de tiempo (diseño transversal), dando cobertura a una población de 481 estudiantes de Educación Básica, obteniendo una muestra estratificada de 218 estudiantes, a los cuales se les aplico dos instrumentos validados, uno orientado a la comprensión de las diferentes interpretaciones de una fracción y el otro a la capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas.

Todo lo anterior permite la recolección de datos para realizar el análisis de los mismo a través de la prueba no paramétrica Kruskal Wallis, Mann Whitney y Chi-cuadrado para determinar la relación de las variables con respecto a los grados del III ciclo de educación básica y entre ellas, luego, con los grupos formados realizar la prueba Ro Spearman que determina el grado de relación de las variables.

Capitulo IV. Resultados

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos al realizar el análisis de los datos y las pruebas de hipótesis descritas en el marco metodológico; para ello, este apartado se organiza en estadísticas descriptivas y frecuencias que presentan datos generales de la muestra estudiada como ser edad, genero, estratificación por grado, otros; además de gráficos y frecuencia de tipos de respuestas obtenidas por los estudiantes en ambos instrumentos, y por último se muestra un gráfico, relacionando el comportamiento de las variables en el avance por los grados de III ciclo de educación básica. Por otro lado, está la estadística inferencial

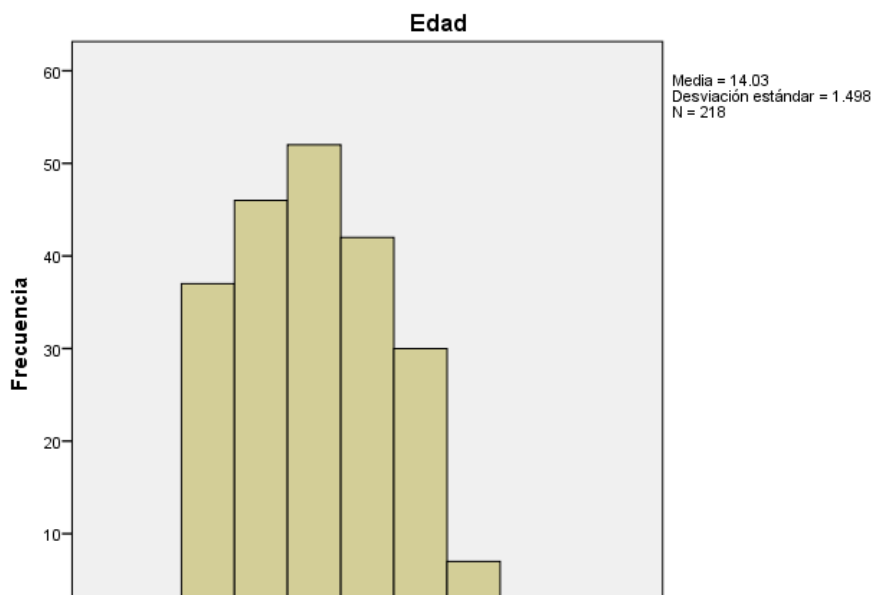
que comienza mostrando pruebas de normalidad y homogeneidad de la varianza, luego se aplican las pruebas no paramétricas Kruskal Wallis y Mann Whitney para determinar relación de las variables respecto a los grados de III ciclo de educación básica y Chi-cuadrado y ro de Spearman para determinar la relación entre las variables dependiente e independientes y su nivel de intensidad respectivamente.

4.1 Estadística Descriptiva y Frecuencias

4.1.1 Datos generales de los instrumentos de investigación.

Tabla 11 Frecuencia de la edad de los estudiantes.

Edad	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	11	2	.9	.9
	12	37	17.0	17.9
	13	46	21.1	39.0
	14	52	23.9	62.8
	15	42	19.3	82.1
	16	30	13.8	95.9
	17	7	3.2	99.1
	19	2	.9	100.0
Total	218	100.0		



Grafica 3: Frecuencia de la edad de los estudiantes.

Las edades que tienen mayor frecuencia en la muestra estudiantil están entre los doce años y los dieciséis años representando el 98.2% de las edades, la edad que tuvo mayor frecuencia fue catorce años representando un 23.9% de la muestra seleccionada. En esencia es una población adolescente que atraviesa por muchos cambios biológicos y psicológicos que tienen incidencia en el aprendizaje en general y sobre todo en el aprendizaje de las matemáticas.

Tabla 12 *Frecuencia de participantes por género*

Genero		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Femenino	115	52.8	52.8	52.8
	Masculino	103	47.2	47.2	100.0
	Total	218	100.0	100.0	
Total		264	100.0		

La muestra estudiantil en cuanto al género muestra que participaron 115 mujeres representando el 52.8% y 103 hombres representando el 47.2%, por lo que existe una diferencia de género del 2.8% respecto a la media, por lo que la muestra está equilibrada con respecto al género.

Tabla 13 *Frecuencia de participantes por grado y por sección.*

Grado		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Séptimo A	18	8.3	8.3	8.3
	Séptimo B	18	8.3	8.3	16.5
	Séptimo C	19	8.7	8.7	25.2
	Séptimo D	16	7.3	7.3	32.6
	Séptimo E	16	7.3	7.3	39.9
	Octavo A	14	6.4	6.4	46.3
	Octavo B	14	6.4	6.4	52.8
	Octavo C	14	6.4	6.4	59.2
	Octavo D	25	11.5	11.5	70.6
	Noveno A	21	9.6	9.6	80.3

	Noveno B	22	10.1	10.1	90.4
	Noveno C	21	9.6	9.6	100.0
Total		218	100.0	100.0	

El aspecto Grado se incluye en el cálculo de frecuencias en SPSS, con el objetivo de verificar que, la estratificación de la muestra se haya realizado de manera correcta. En esencia es un comparador con la estratificación de la muestra.

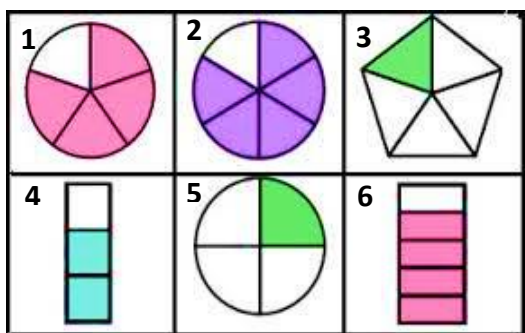
Tabla 14 *Frecuencia de Escuelas donde se graduaron los participantes.*

	Escuela	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Escuela Técnica Marcos García	48	22.0	22.0	22.0
	Escuela Técnica Agustina viuda de Vidaurreta	40	18.3	18.3	40.4
	Escuela Manuel de Jesús Subirana	46	21.1	21.1	61.5
	Escuela General Francisco Morazán	8	3.7	3.7	65.1
	Escuela Espíritu Santo	5	2.3	2.3	67.4
	Escuela Mélida Concepción Bu	5	2.3	2.3	69.7
	Escuela Eulogio Enamorado	10	4.6	4.6	74.3
	Escuela Valentín Mejía	9	4.1	4.1	78.4
	Escuela Domingo Sagastume	6	2.8	2.8	81.2
	Escuela Guadalupe Jerezano	4	1.8	1.8	83.0
	Escuela Republica de Honduras	1	.5	.5	83.5
	Escuela José Trinidad Reyes	4	1.8	1.8	85.3
	Escuela Soledad Rivera	6	2.8	2.8	88.1
	C.E.B José Cecilio del Valle	3	1.4	1.4	89.4
	C.E.B. Luis Bográn Mondragón	7	3.2	3.2	92.7
	Escuela La Alborada	4	1.8	1.8	94.5
	Escuela Dr. Héctor Muñoz Ortega	2	.9	.9	95.4
	C.E.B Pompilio Ortega	1	.5	.5	95.9
	Escuela Suyapa	2	.9	.9	96.8
	Escuela Republica de Honduras	2	.9	.9	97.7
	Escuela Prof. Donaldo Sabillon Vásquez	2	.9	.9	98.6
	Escuela Rafael Pineda Ponce.	2	.9	.9	99.5
	C.E.B Lempira	1	.5	.5	100.0
Total		218	100.0	100.0	

134 de los estudiantes del III ciclo de educación básica del C.E.M.G. Técnico Santa Bárbara que participaron en el estudio, representan el 61.5%, estos son egresados de escuelas pertenecientes al casco urbano de la ciudad de Santa Barbara y dichos centros educativos se encuentran aproximadamente a un kilómetro o menos del C.E.M.G Técnico Santa Bárbara.

4.1.2 Estadística descriptiva del Instrumento “Comprensión de las diferentes interpretaciones de la fracción”.

Ítems 1. Escriba la fracción que representa la parte coloreada en cada gráfico. Escriba las respuestas en la columna derecha.



1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____
6. _____

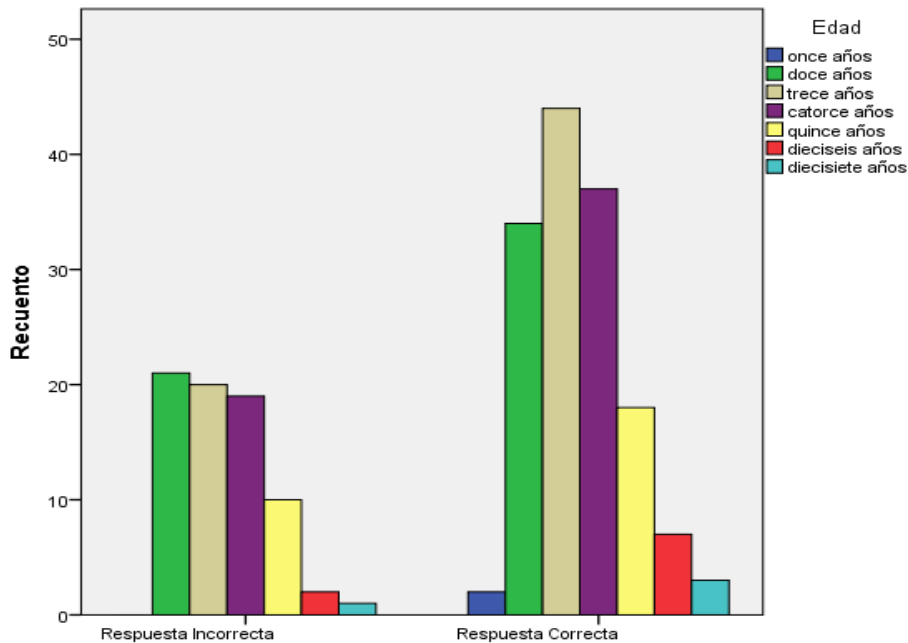
Tabla 15 Frecuencia de la interpretación de la fracción como Parte-todo continuo

Interpretación parte todo continuo		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Respuesta Incorrecta	73	33.5	33.5	33.5
	Respuesta Correcta $\frac{1}{4}$	145	66.5	66.5	100.0
Total		218	100.0	100.0	

Tabla 16 Frecuencia de respuestas correcta e incorrectas. Interpretación parte todo continuo

Interpretación parte todo continuo		Respuesta	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Respuesta Incorrecta	$\frac{4}{1}$	9	4.1	4.1	4.1
	Respuesta Correcta	$\frac{1}{4}$	145	66.5	66.5	70.6
	Respuesta Incorrecta	$\frac{3}{1}$	32	14.7	14.7	85.3
	Respuesta Incorrecta	$\frac{1}{3}$	15	6.9	6.9	92.2
	Respuesta Incorrecta	$\frac{1}{3}$	5	2.3	2.3	94.5
	Respuesta Incorrecta	$\frac{3}{4}$	12	5.5	5.5	100.0
Total			218	100.0	100.0	

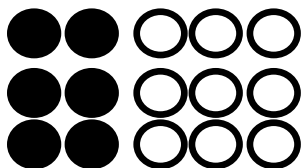
Existen 145 alumnos que interpretan correctamente la interpretación de la fracción como Parte-Todo continuo ($\frac{1}{4}$) “numeral 5 del ítems 1”, lo que representa un 66.5% de la muestra total, 9 estudiantes confunden el numerador con el denominador ($\frac{4}{1}$) lo que representa el 4.1%; 32 alumnos construyen la fracción tomando como numerador todas las partes blancas y como denominador la parte sombreada ($\frac{3}{1}$), lo que representa el 14.7%; 15 estudiantes no definen correctamente el denominador de la fracción colocando en este caso ($\frac{1}{3}$) en lugar de ($\frac{1}{4}$); 5 estudiantes construyen la fracción solamente definiendo el numerador, es decir tomando en cuenta solamente la parte sombreada, lo que representa el 2.3%; 12 alumnos definen el numerador como la parte sin sombreadar del esquema, lo que representa el 5.5%.



Grafica 4: Frecuencia de respuestas correctas e incorrectas por edad. Interpretación parte-todo continuo.

En la gráfica 4 se observa que los estudiantes que tienen mayor frecuencia en contestar correctamente el ítem que evalúa la comprensión de la fracción como parte todo-continuo, son los que tienen una edad de 13 años, la mayoría de estos estudiantes cursan séptimo grado.

Ítems 2. Dada la serie de fichas, escriba en el recuadro la fracción que representan las fichas negras con respecto al total de fichas. Escriba su respuesta en el recuadro que está a la par.



$$\frac{\square}{\square}$$

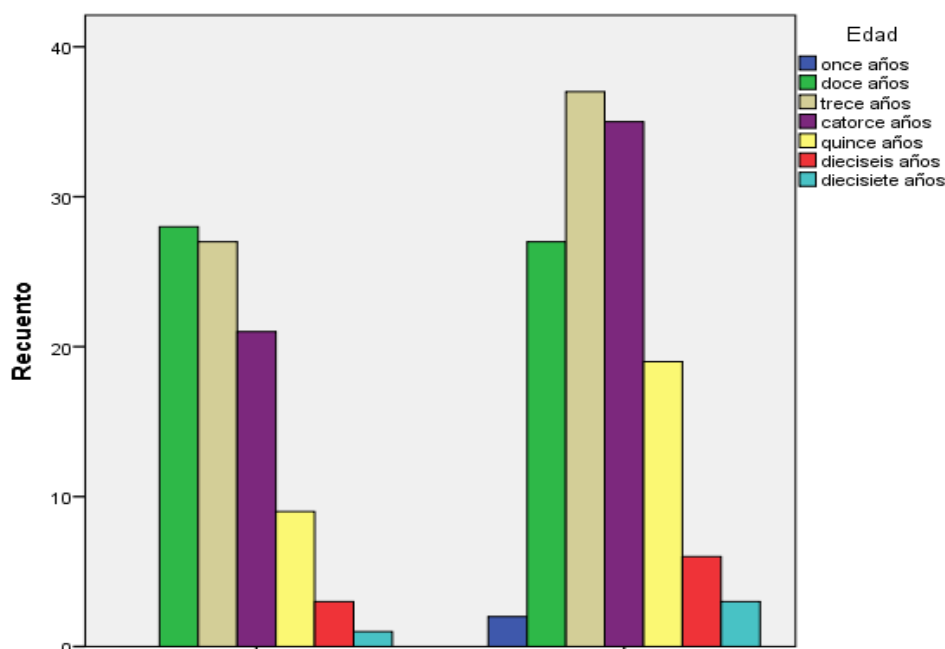
Tabla 17 Frecuencia de la interpretación de la fracción como Parte-todo discreto.

Interpretación parte todo discreto		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Respuesta Incorrecta	89	40.8	40.8	40.8
	Respuesta Correcta $\frac{2}{5}$	129	59.2	59.2	100.0
Total		218	100.0	100.0	

Tabla 18 Frecuencia de respuestas correcta e incorrectas. Interpretación parte-todo discreto.

Interpretación parte todo discreto		Respuesta	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Respuesta Incorrecta	$\frac{5}{2}$	6	2.8	2.8	2.8
	Respuesta Correcta	$\frac{2}{5}$	129	59.2	59.2	61.9
	Respuesta Incorrecta	$\frac{2}{3}$	77	35.3	35.3	97.2
	Respuesta Incorrecta	$\frac{3}{2}$	6	2.8	2.8	100.0
Total			218	100.0	100.0	

Existen 129 alumnos que interpretan correctamente la interpretación de la fracción como parte-todo discreto ($\frac{2}{5}$) o su equivalente ($\frac{6}{15}$), lo que representa el 59.2% de la muestra total; 6 estudiantes confunden la definición correcta de la fracción con su recíproco es decir ($\frac{5}{2}$), lo que representa el 2.8%; existe un porcentaje considerable (35.3%) de estudiantes que definen el denominador tomando solamente la parte de las fichas blancas, quedando la fracción definida como ($\frac{2}{3}$); 6 alumnos, que representan el 2.8% de la muestra construyen la fracción como ($\frac{3}{2}$), tomando las fichas blancas como numerador y las fichas negras como denominador.



Grafica 5: Frecuencia de respuestas correctas e incorrectas por edad. Interpretación parte-todo discreto.

En la gráfica 5 se observa que los estudiantes que tienen mayor frecuencia en contestar correctamente el ítem que evalúa la comprensión de la fracción como parte todo-discreto, son los que tienen una edad de 13 años, la mayoría de estos estudiantes actualmente cursa séptimo grado.

Ítems 3. Ubique el número 1 en la recta numérica a partir del siguiente dato.

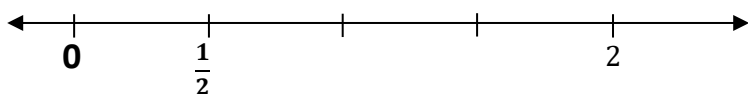


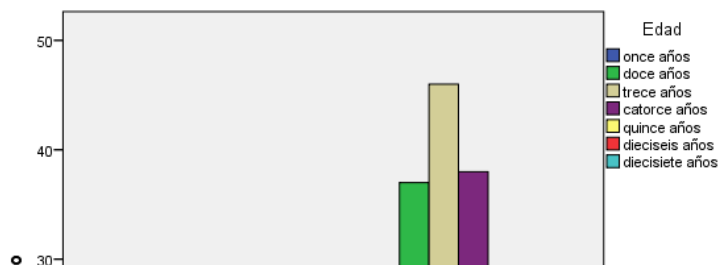
Tabla 19 Frecuencia de la interpretación de la fracción como medida.

Interpretación Medida		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Respuesta Incorrecta	60	27.5	27.5	27.5
	Respuesta Correcta	158	72.5	72.5	100.0
Total		218	100.0	100.0	

Tabla 20 Frecuencia de respuestas correcta e incorrectas. Interpretación como medida.

Interpretación Medida		Respuesta	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Respuesta Incorrecta	$\frac{3}{2}$	39	17.9	17.9	17.9
	Respuesta Correcta	1	158	72.5	72.5	90.4
	Respuesta Incorrecta	$\frac{1}{4}$	21	9.6	9.6	100.0
Total			218	100.0	100.0	

Existen 158 alumnos que interpretan correctamente la fracción en su interpretación como Medida, representando 72.5% de la muestra total, 60 estudiantes colocaron de forma incorrecta el valor de la Unidad en la recta numérica por lo que representa un 27.5% de la muestra.



Grafica 6: Frecuencia de respuestas correctas e incorrectas por edad. Interpretación como medida.

En la gráfica 6 se observa que los estudiantes que tienen mayor frecuencia en contestar correctamente el ítem que evalúa la comprensión de la fracción como medida, son los que tienen una edad de 13 años, la mayoría de estos estudiantes actualmente cursa séptimo grado.

Ítems 4. Tenemos tres barras de chocolate y hay que repartirlas de forma equitativa (partes iguales) entre cinco niños, ¿cuánto le tocará a cada uno? Use las barras de abajo para ilustrar la respuesta.

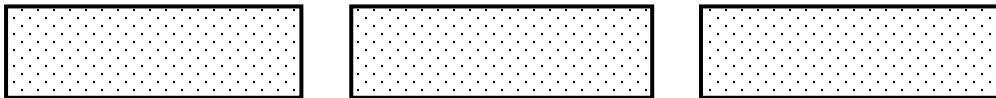


Tabla 21 Frecuencia de la interpretación de la fracción como cociente.

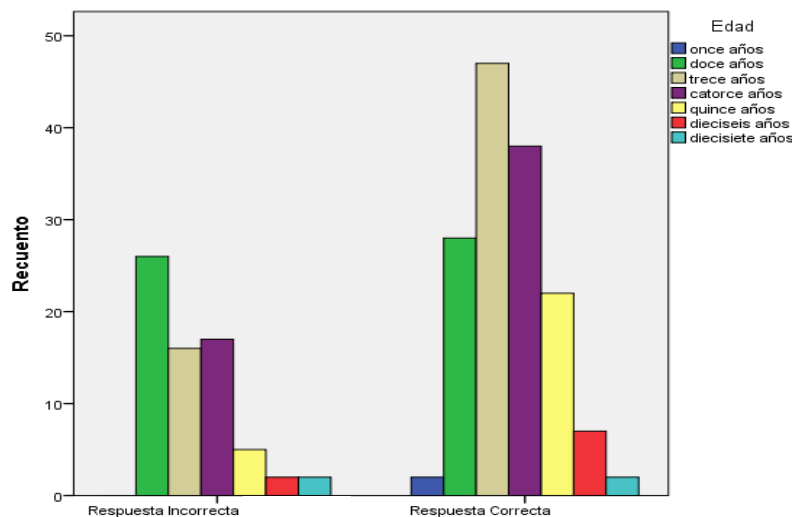
Interpretación Cociente		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Respuesta Incorrecta	68	31.2	31.8	31.8
	Respuesta Correcta	146	67.0	68.2	100.0
	Total	214	98.2	100.0	
Perdidos	Datos perdidos.	4	1.8		
Total		218	218	100.0	

Tabla 22 Frecuencia de respuestas correcta e incorrectas. Interpretación como cociente.

Interpretación Cociente		Respuesta	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Respuesta Incorrecta	$\frac{4}{5}$	4	1.9	1.9	1.9
	Respuesta Correcta	$\frac{3}{5}$	146	67	68.2	70.1
	Respuesta Incorrecta	$\frac{1}{3}$	15	6.8	7.0	77.1

	Respuesta Incorrecta	$\frac{5}{6}$	31	14.2	14.5	91.6
	Respuesta Incorrecta	$\frac{1}{2}$	12	5.5	5.6	97.2
	Respuesta Incorrecta	$\frac{5}{3}$	6	2.7	2.8	100.0
Total			214	98.1	100.0	
Perdidos	Datos perdidos.		4	1.9		
Total			218	100.0		

Existen 146 alumnos que realizaron la interpretación de la fracción como cociente de forma correcta, lo que representa el 68.2% de la muestra seleccionada; 6.8% interpretó la solución del ítem como $(\frac{1}{3})$; 14.2% interpretó la solución del ítem como $(\frac{5}{6})$. Doce estudiantes optaron por dividir cada barra a la mitad y tomar una parte interpretando la solución del ítem como $(\frac{1}{2})$.



Gráfica 7: Frecuencia de respuestas correctas e incorrectas por edad. Interpretación como cociente.

En la gráfica 7 se observa que los estudiantes que tienen mayor frecuencia en contestar correctamente el ítem que evalúa la comprensión de la fracción como cociente, son los que tienen una edad de 13 años, la mayoría de estos estudiantes actualmente cursa séptimo grado.

Ítems 5. En séptimo grado hay matriculados 8 niñas y 24 varones. ¿Por cada niña matriculada cuantos varones hay matriculados? Escribe la respuesta en forma de fracción.

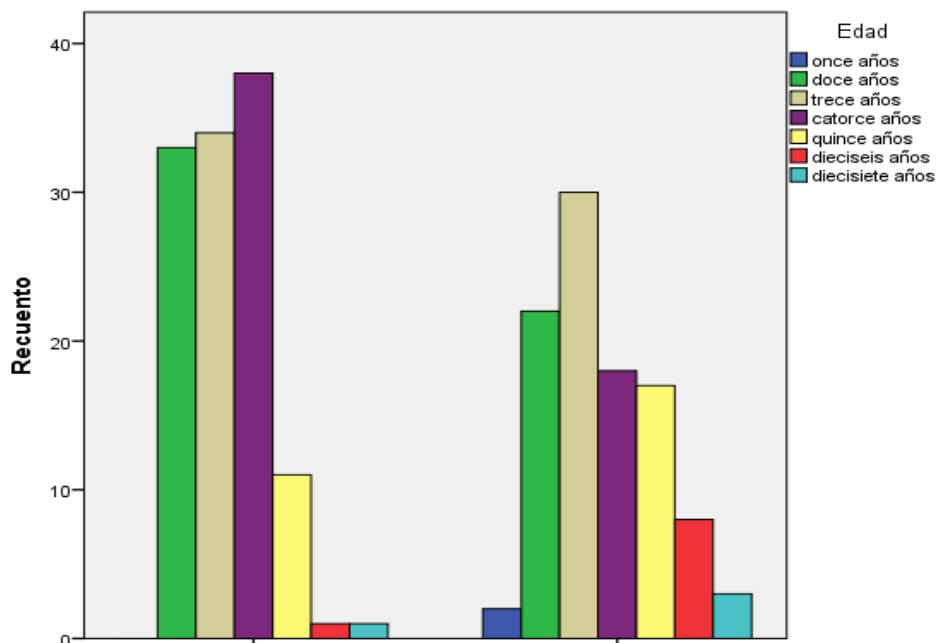
Tabla 23 Frecuencia de la interpretación de la fracción como razón.

Interpretación Razón	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido Respuesta Incorrecta	118	54.1	54.1	54.1
Respuesta Correcta	100	45.9	45.9	100.0
Total	218	100.0	100.0	

Tabla 24 Frecuencia de respuestas correcta e incorrectas. Interpretación como razón.

Interpretación Razón	Respuesta	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Respuesta Incorrecta	$\frac{3}{4}$	4	1.8	1.8
	Respuesta Correcta	$\frac{1}{3}$	100	45.9	47.7
	Respuesta Incorrecta	$\frac{22}{15}$	3	1.4	49.1
	Respuesta Incorrecta	$\frac{1}{2}$	7	3.2	52.3
	Respuesta Incorrecta	$\frac{3}{8}$	65	29.8	82.1
	Respuesta Incorrecta	$\frac{8}{16}$	19	8.7	90.8
	Respuesta Incorrecta	$\frac{3}{1}$	20	9.2	100.0
Total		218	100.0	100.0	

Existen 100 alumnos que interpretaron la fracción en su significado de razón de forma correcta, lo que representa el 45.9% de la muestra tomada en el estudio; 65 estudiantes respondieron que por cada 3 niñas hay 8 varones, representándolo simbólicamente como $(\frac{3}{8})$; 20 alumnos respondieron $(\frac{24}{8})$ o su equivalencia, lo que deja en evidencia que colocaron el inverso multiplicativo de la fracción correcta.



Grafica 8: Frecuencia de respuestas correctas e incorrectas por edad. Interpretación como razón. En la gráfica 8 se observa que los estudiantes que tienen mayor frecuencia en contestar correctamente el ítem que evalúa la comprensión de la fracción como razón, son los que tienen una edad de 13 años, la mayoría de estos estudiantes actualmente cursa séptimo grado. Sin embargo, se puede ver claramente que los estudiantes que tienen mayor frecuencia en contestar una respuesta incorrecta son aquellos que tienen una edad de 14 años, que en su mayoría cursan octavo grado de educación básica.

Ítems 6. Toma dos tercios de la parte rayada, ¿Cuánto has escogido del total?



Tabla 25 Frecuencia de la interpretación de la fracción como operador.

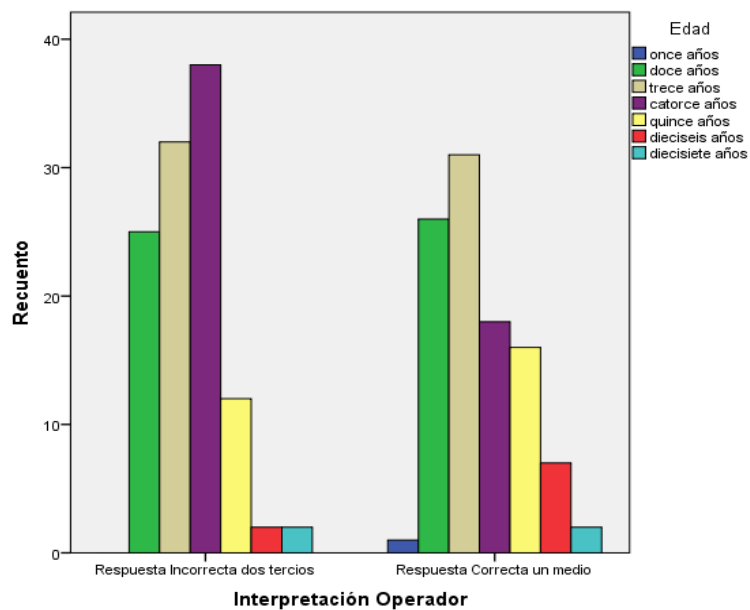
Interpretación Operador		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Respuesta Incorrecta	111	50.9	52.4	52.4
	Respuesta Correcta	101	46.3	47.6	100.0
	Total	212	97.2	100.0	
Perdidos	Datos perdidos.	6	2.8		
Total		218	218	100.0	

Tabla 26 Frecuencia de respuestas correcta e incorrectas. Interpretación como operador.

Interpretación Operador		Respuesta	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Respuesta Incorrecta	$\frac{2}{3}$	38	17.4	17.9	17.9
	Respuesta Correcta	$\frac{1}{2}$	101	46.3	47.6	65.6
	Respuesta Incorrecta	$\frac{15}{8}$	8	3.7	3.8	69.3
	Respuesta Incorrecta	$\frac{2}{4}$	10	4.6	4.7	74.1
	Respuesta Incorrecta	$\frac{6}{9}$	2	.9	.9	75.0
	Respuesta Incorrecta	$\frac{3}{4}$	48	22.0	22.6	97.6

Respuesta Incorrecta	$\frac{1}{12}$	5	2.3	2.4	100.0
Total		212	97.2	100.0	
Perdidos Datos perdidos.		6	2.8		
Total		218	100.0		

Existen 101 estudiantes que interpretaron la fracción en su significado de operador de forma correcta, lo que representa el 46.3% de la muestra total seleccionada; 48 alumnos respondieron que el total que se tomó fueron $\left(\frac{3}{4}\right)$ lo que es lógico ya que este ítem muestra una figura o esquema con el cual el alumno tiene que trabajar; sin embargo, este 22% de estudiantes no analizaron la situación solamente colocaron la fracción según vieron como estaba en el esquema, 3 rectángulos rayados de 4. Por otra parte 17.4% de los estudiantes respondieron $\left(\frac{2}{3}\right)$ lo que deja, en evidencia, que solamente tomaron la fracción que se les pedía que tomaran de la parte sombreada, pero no analizaron que fracción era esa con respecto al total.



Grafica 9: Frecuencia de respuestas correctas e incorrectas por edad. Interpretación como operador.

En la gráfica 9 se observa que los estudiantes que tienen mayor frecuencia en contestar correctamente el ítem que muestra la comprensión de la fracción como operador, son los que tienen una edad de 13 años, la mayoría de estos estudiantes actualmente cursa séptimo grado. Sin embargo, se puede ver claramente que los estudiantes que tienen mayor frecuencia en contestar una respuesta incorrecta son aquellos que tienen una edad de 14 años, que en su mayoría cursan octavo grado de educación básica.

Conclusión del Instrumento “Comprensión de las diferentes interpretaciones que tiene la fracción.”

En base a los estadísticos de frecuencia más del 45.9% de los estudiantes de III ciclo de educación básica dominan las cinco interpretaciones de una fracción consideradas en este estudio. La interpretación de la fracción como medida fue la que mayor comprensión tuvo entre la población estudiantil con un 72.5% de respuesta correcta. En la interpretación de la fracción como parte todo continuo se aprecia que los estudiantes tienden mucho a confundir el numerador con el denominador colocándolos de forma invertida. Otro porcentaje de alumnos relacionan el numerador con la parte sombreada de una figura y el denominador con la parte que no está sombreada.

Con respecto a la edad, los estadísticos de frecuencia muestran que los estudiantes contestaron correctamente los ítems que evalúan las interpretaciones de la fracción como relación parte todo en su contexto continuo y discreto, como medida, y como cociente donde los estudiantes que mayor frecuencia de respuestas correctas tienen, son aquellos cuya edad es 13 años. Sin embargo, en las interpretaciones como razón y como operador se observa que los estudiantes no contestaron correctamente los ítems, evidenciando que los alumnos de 14 años tienen mayor frecuencia de respuestas incorrectas y siempre los estudiantes de 13 años son los que tienen mayor frecuencia de respuestas correctas.

4.1.3 Estadística Descriptiva del Instrumento “Capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones Positivas”.

Ítems 1. Juan se ha comido $\frac{3}{8}$ de un pastel y Pedro $\frac{2}{8}$ del mismo pastel. ¿Cuánto pastel se han comido entre los dos? Explique en un párrafo, con sus propias palabras el procedimiento que utilizo para resolver el problema.

Tabla 27 Frecuencia de las respuestas de la operación básica adición.

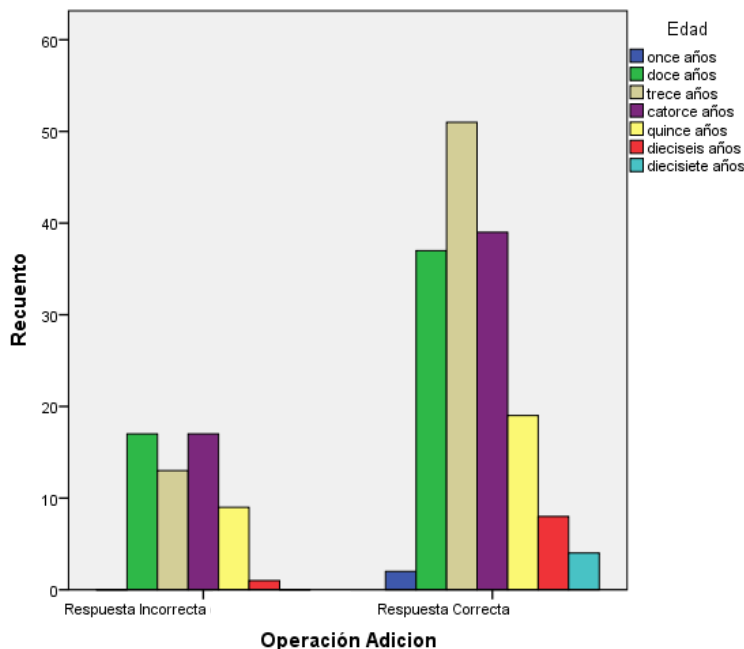
Operación Adición		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Respuesta Incorrecta	57	26.1	26.3	26.3
	Respuesta Correcta	160	73.4	73.7	100.0

Total	217	99.5	100.0
Perdidos Datos perdidos.	1	.5	
Total	218	218	100.0

Tabla 28 Frecuencia de las respuestas correctas e incorrectas de la operación básica adición.

Operación Adición	Respuesta	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido		$\frac{5}{16}$			
Respuesta Incorrecta	$\frac{5}{16}$	40	18.4	18.4	18.4
Respuesta Correcta	$\frac{5}{8}$	160	73.3	73.7	92.2
Respuesta Incorrecta	$\frac{24}{16}$	14	6.4	6.5	98.6
Respuesta Incorrecta	$\frac{1}{8}$	3	1.4	1.4	100.0
Total		217	99.5	100.0	
Perdidos Datos perdidos		1	0.5		
Total		218	100.0		

Existen 160 estudiantes que realizaron correctamente el procedimiento operacional en el problema que implicaba realizar una operación de adición con fracciones positivas, lo que representa el 73.3% de la muestra estudiada; 40 estudiantes (18.4%) respondieron al ítem $\left(\frac{5}{16}\right)$ lo que deja claro que cometieron un error muy común en la adición de fracción con denominadores iguales, el cual implica sumar los denominadores en vez de copiarlo; 6.4% de los estudiantes contestaron $\left(\frac{24}{16}\right)$ lo que muestra que interpretaron la operación como una multiplicación cruzada ($3 \times 8 = 24$) y ($2 \times 8 = 16$).



Gráfica 10: Frecuencia de las respuestas correctas e incorrectas por edad. Operación básica adición.

En la gráfica 10 se puede interpretar que los estudiantes que tienen mayor frecuencia en contestar correctamente el ítem que evalúa la comprensión de la adición de fracciones positivas, son los que tienen una edad de 13 años, la mayoría de estos estudiantes actualmente cursa séptimo grado.

Ítems 2. La mamá de Juan tiene una botella de 1 litro de refresco, cuando Juan llega a su casa se toma $\frac{3}{4}$ de litro. ¿Cuántos litros de refresco le quedaron a la mamá de Juan? Explique en un párrafo, con sus propias palabras el procedimiento que utilizo para resolver el problema.

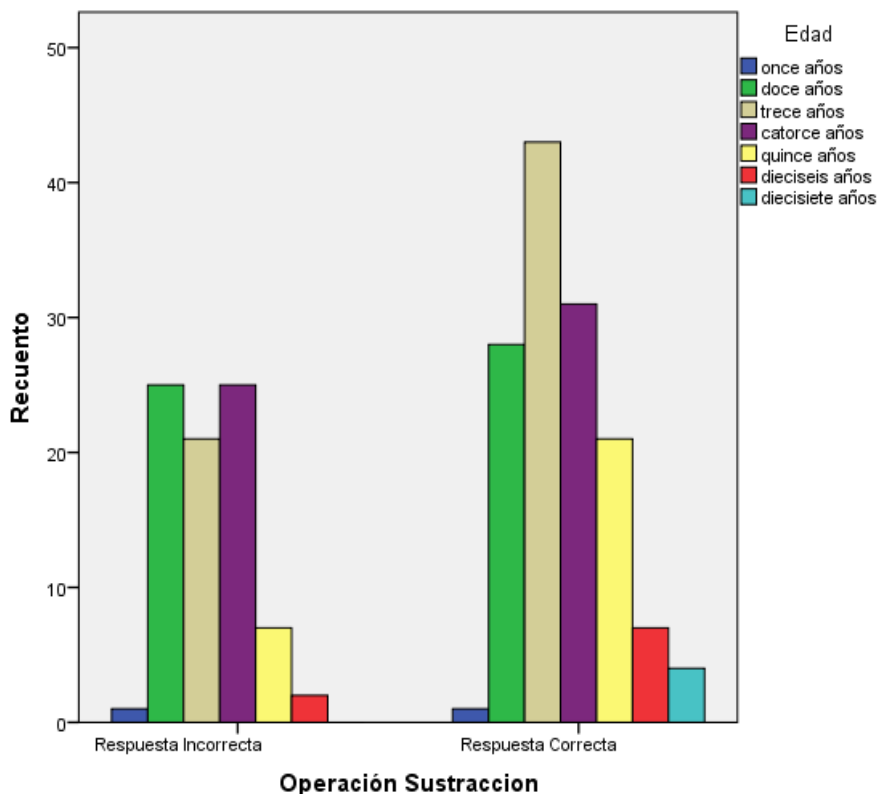
Tabla 29 Frecuencia de las respuestas de la operación básica sustracción

Operación Sustracción		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Respuesta Incorrecta	81	37.2	37.5	37.5
	Respuesta Correcta $\frac{1}{4}$	135	62.0	62.5	100.0
Total		216	99.2	100.0	
Perdidos	Datos perdidos	2	.8		
Total		218	218	100.0	

Tabla 30 Frecuencia de las respuestas correcta e incorrectas de la operación básica sustracción.

Operación Sustracción		Respuesta	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Respuesta Incorrecta	$\frac{4}{5}$	7	3.2	3.2	3.2
	Respuesta Correcta	$\frac{1}{4}$	135	62	62.5	65.7
	Respuesta Incorrecta	$\frac{3}{4}$	32	14.7	14.8	80.6
	Respuesta Incorrecta	$\frac{7}{4}$	22	10	10.2	90.7
	Respuesta Incorrecta	$\frac{2}{4}$	17	7.8	7.9	98.6
	Respuesta Incorrecta	$\frac{2}{3}$	3	1.3	1.4	100.0
Total			216	99	100.0	
Perdidos	Datos perdidos		2	1		
Total			218	100.0		

Existen 135 estudiantes que realizaron correctamente el procedimiento operacional en el problema que implicaba realizar una operación de sustracción con fracciones positivas, lo que representa el 62% de la muestra estudiada; 32 alumnos respondieron como respuesta al problema $\left(\frac{3}{4}\right)$, esto muestra que solamente tomaron como respuesta los $\left(\frac{3}{4}\right)$ de litro de fresco que se tomó Juan; 10% de los estudiantes establecieron en el procedimiento operacional una adición en vez de una sustracción. $\left(\frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}\right)$.



Gráfica 11: frecuencia de las respuestas correctas e incorrectas por edad. Operación básica sustracción.

En la gráfica 11 se puede interpretar que los estudiantes que tienen mayor frecuencia en contestar correctamente el ítem que evalúa la comprensión de la sustracción de fracciones positivas, son los que tienen una edad de 13 años, la mayoría de estos estudiantes actualmente cursa séptimo grado.

Ítems 3. Ana utilizó $\frac{3}{4}$ de una docena de huevos para realizar un pastel, ¿Cuántos huevos utilizo? Explique en un párrafo, con sus propias palabras el procedimiento que utilizo para resolver el problema.

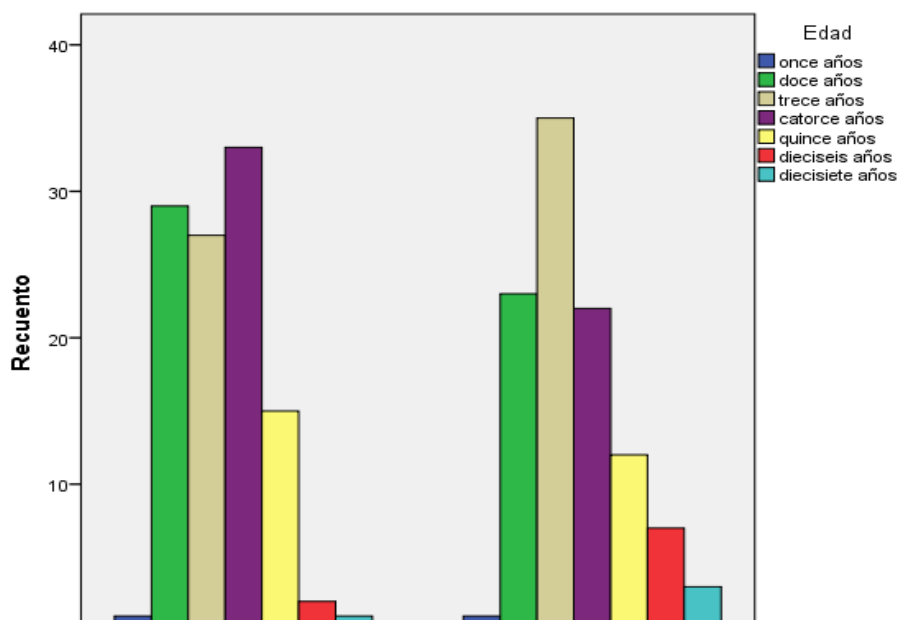
Tabla 31 Frecuencia de las respuestas de la operación básica multiplicación

Operación Multiplicación		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Respuesta Incorrecta	103	47.2	48.8	48.8
	Respuesta Correcta	108	49.5	51.2	100.0
Total		211	96.8	100.0	
Perdidos	Datos perdidos	7	3.2		
Total		218	218	100.0	

Tabla 32 Frecuencia de las respuestas correctas e incorrectas de la operación básica multiplicación.

Operación Multiplicación		Respuesta	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Respuesta Incorrecta	$\frac{9}{4}$	34	15.6	16.1	16.1
	Respuesta Correcta	9	108	49.5	49.5	65.3
	Respuesta Incorrecta	8	13	6	6.2	71.8
	Respuesta Incorrecta	$\frac{1}{4}$	30	13.8	14.2	86.0
	Respuesta Incorrecta	$\frac{45}{4}$	19	8.7	9.0	95.0
	Respuesta Incorrecta	$\frac{1}{16}$	5	2.3	2.4	97.4
	Respuesta	$\frac{3}{4}$	2	.9	1	100.0
Total			211	96.8	100.0	
Perdidos	Datos perdidos.		7	3.2		
Total			218	100.0		

Existen 108 estudiantes que realizaron correctamente el procedimiento operacional en el problema que implicaba realizar una operación de multiplicación con fracciones positivas, lo que representa el 49.5% de la muestra estudiada, 15.6% de los estudiantes respondieron que se utilizaron $\frac{9}{4}$ huevos, deducido de realizar la sustracción incorrecta $\frac{12}{1} - \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$; 13 estudiantes respondieron que se utilizaron 8 huevos; lo que representa el 6%; 19 alumnos respondieron que se utilizaron $\frac{45}{4}$ huevos, deducido de realizar la sustracción $\frac{12}{1} - \frac{3}{4} = \frac{45}{4}$.



Grafica 12: Frecuencia de las respuestas por edad. Operación básica multiplicación.

En la gráfica 12 se puede interpretar que los estudiantes que tienen mayor frecuencia en contestar correctamente el ítem que evalúa la comprensión de la sustracción de fracciones positivas, son los que tienen una edad de 13 años, la mayoría de estos estudiantes actualmente cursa séptimo grado. Los alumnos de 14 años tienen mayor frecuencia de respuestas incorrectas.

Ítems 4. Hay 3 barras de chocolates para repartir entre 4 niños. Se reparten en partes iguales sin que sobre nada. ¿Cuánto come cada niño? Explique en un párrafo, con sus propias palabras el procedimiento que utilizo para resolver el problema.

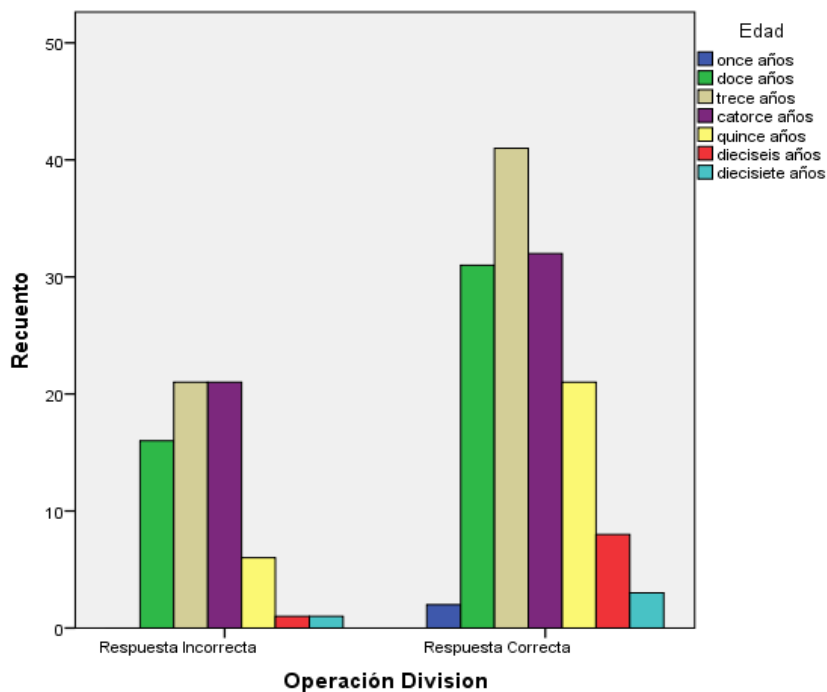
Tabla 33 Frecuencia de las respuestas de la operación básica división.

Operación División		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Respuesta Incorrecta	66	30.3	32.4	32.4
	Respuesta Correcta $\frac{3}{4}$	138	63.3	67.6	100.0
Total		204	93.6	100.0	
Perdidos	Datos perdidos.	14	6.4		
Total		218	218	100.0	

Tabla 34 Frecuencia de las respuestas correcta e incorrectas de la operación básica división.

Operación División		Respuesta	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	Respuesta Incorrecta	$\frac{2}{4}$	11	5.0	5.4	5.4
	Respuesta Correcta	$\frac{3}{4}$	138	63.3	67.6	73.0
	Respuesta Incorrecta	$\frac{1}{4}$	24	11.0	11.8	84.8
	Respuesta Incorrecta	$\frac{1}{3}$	8	3.7	3.9	88.7
	Respuesta Incorrecta	1	13	6.0	6.4	95.1
	Respuesta Incorrecta	$\frac{25}{12}$	10	4.6	4.9	100.0
Total			204	93.6	100.0	
Perdidos	Datos perdidos.		14	6.4		
Total			218	100.0		

Existen 138 estudiantes que realizaron correctamente el procedimiento operacional en el problema que implicaba realizar una operación de división con fracciones positivas, lo que representa el 63.3% de la muestra seleccionada; 24 estudiantes respondieron $\frac{1}{4}$ deducido de dividir cada barra de chocolate en 4 partes iguales y tomar una parte de la primera barra; estos estudiantes representan el 11% de la muestra; 11 alumnos que representan el 5% respondieron $\frac{2}{4}$ deducido de dividir cada barra de chocolate en 4 partes iguales y tomar dos partes de la primera barra.



Grafica 13: Frecuencia de las respuestas correcta e incorrectas por edad. Operación básica sustracción.

En la gráfica anterior se puede interpretar que los estudiantes que tienen mayor frecuencia en contestar correctamente el ítem que evalúa la comprensión de la sustracción de fracciones positivas, son los que tienen una edad de 13 años, la mayoría de estos estudiantes actualmente cursa séptimo grado.

Conclusión del instrumento “Resolución de operaciones básicas con fracciones positivas”.

El 73.4% de los estudiantes dominan la operación de la suma de fracciones con igual denominador, desarrollando el algoritmo correctamente. El 18.4% de los estudiantes comenten el error de sumar los denominadores cuando se tiene la operación de suma de fracciones positivas con igual denominador o cometen el error de realizar una multiplicación

cruzada cuando se tiene una operación de suma de fracciones positivas con igual denominador. En la operación de sustracción 14.7% de los estudiantes toman como respuestas datos que brinda el problema para la resolución de este. En la operación multiplicación 8.7% de los alumnos realizan el algoritmo de la sustracción en vez de realizar el algoritmo de la multiplicación de fracciones. En la operación de división el 16% de los estudiantes logran definir correctamente la fragmentación de cada barra de chocolate, sin embargo, no lograron tomar las partes correctas.

Con respecto a la edad los estadísticos de frecuencia muestran que los estudiantes contestaron correctamente los ítems que evalúan las operaciones de adición, sustracción y división con fracciones positivas, donde los estudiantes que mayor frecuencia de respuestas correctas tiene son aquellos cuya edad es 13 años. Sin embargo, en la operación de multiplicación con fracciones positivas se pudo observar que los estudiantes no contestaron correctamente los ítems, evidenciando que los alumnos de 12, 14, y 15 años son los que tienen mayor frecuencia de respuestas incorrectas y siempre los estudiantes de 13 años son los que tienen mayor frecuencia de respuestas correctas.

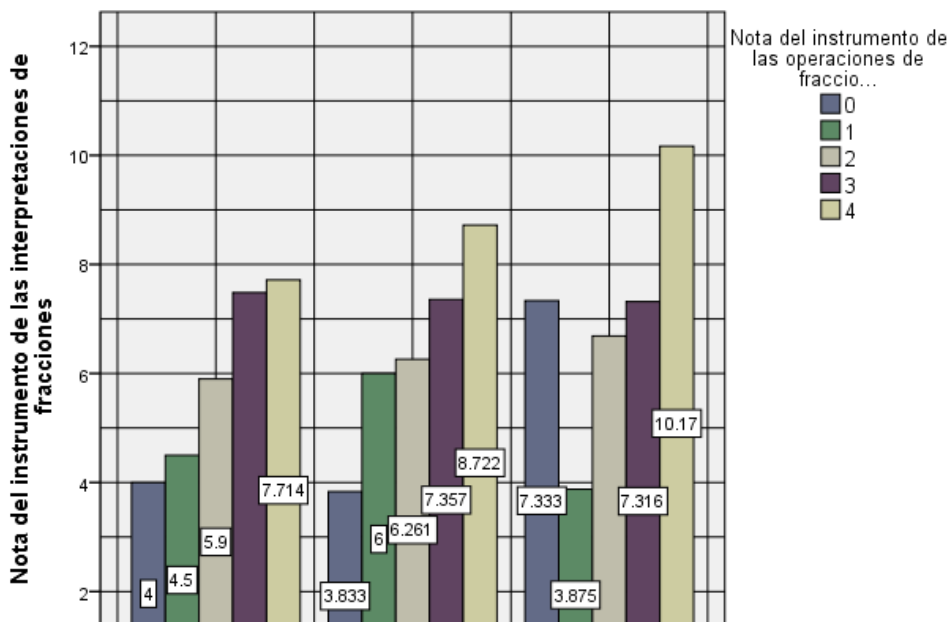
		Interpretación parte todo continuo	Interpretación parte todo discreto	Interpretación Medida	Interpretación Cociente	Interpretación Razón	Interpretación Operador	Operación Adición	Operación Sustracción	Operación Multiplicación	Operación División
N	Válido	218	218	218	214	218	212	217	216	211	204
	Perdidos	0	0	0	4	0	6	1	2	7	14
Media		.67	.59	.72	.68	.46	.48	.74	.63	.495	.68
Mediana		1.00	1.00	1.00	1.00	.00	.00	1.00	1.00	.00	1.00
Moda		1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
Desviación estándar		.473	.493	.448	.467	.499	.501	.441	.485	.500	.469

Varianza	.224	.243	.200	.218	.249	.251	.195	.235	.250	.220
Rango	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

4.1.4 Estadísticos Descriptivos de los instrumentos de investigación (medidas de tendencia central).

Tabla 35 *Tabla de medidas de dispersión de todas las variables del estudio.*

La media de las respuestas de los estudiantes en los ítems correspondientes a las interpretaciones de la fracción como razón, como operador y la operación básica multiplicación oscila entre 0.46 y 0.49 por lo que se concluye que un poco menos del 50% de los estudiantes contesto correctamente estos ítems, esta afirmación se confirma en la moda de estos datos (0). En el resto de las interpretaciones y operaciones con fracciones la media oscila entre 0.59 y 0.74 por lo que se concluye que en estas interpretaciones y operaciones más del 50% de los estudiantes contestaron correctamente. Confirmándolo las medidas de tendencia central mediana y moda donde se muestra que los alumnos en su mayoría contestaron correctamente todos los ítems de los dos instrumentos aplicadas a excepción del ítem que evalúa la interpretación de la fracción como razón.



Grafica 14: Relación grafica de la variable independiente y la variable dependiente agrupada por grado.

La gráfica 14 muestra la relación de la variable independiente (Comprensión de las Interpretaciones de las fracciones positivas) y la variable dependiente (Capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas) agrupadas por grados. En esta gráfica se puede interpretar que a medida que aumenta la nota del instrumento que evalúa la comprensión de las interpretaciones de la fracción, aumenta la nota del instrumento que evalúa la resolución de las operaciones básicas con fracciones. Esta relación se manifiesta en los grados de Séptimo, Octavo y Noveno. En Noveno ocurre un caso aislado donde los estudiantes no resolvieron correctamente ninguno de los problemas de operaciones básicas con fracciones, sin embargo, obtuvieron una nota media de 7 puntos.

4.2 Estadística inferencial

4.2.1 Pruebas de Normalidad de las variables.

Tabla 36 Prueba de normalidad respecto a la variable grado de todas las variables del estudio.

VARIABLES	Grado	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Interpretación Parte Todo continuo	Septimo	.408	87	.000	.611	87	.000
	Octavo	.435	67	.000	.584	67	.000
	Noveno	.436	64	.000	.583	64	.000
Interpretación parte todo discreto	Septimo	.349	87	.000	.636	87	.000
	Octavo	.420	67	.000	.600	67	.000

	Noveno	.428	64	.000	.592	64	.000
Interpretación Medida	Septimo	.420	87	.000	.600	87	.000
	Octavo	.458	67	.000	.554	67	.000
	Noveno	.496	64	.000	.476	64	.000
Interpretación Cociente	Septimo	.390	87	.000	.622	87	.000
	Octavo	.413	67	.000	.607	67	.000
	Noveno	.489	64	.000	.493	64	.000
Interpretación Razón	Septimo	.379	87	.000	.628	87	.000
	Octavo	.390	67	.000	.623	67	.000
	Noveno	.372	64	.000	.631	64	.000
Interpretación Operador	Septimo	.349	87	.000	.636	87	.000
	Octavo	.390	67	.000	.623	67	.000
	Noveno	.339	64	.000	.637	64	.000
Operación Adición	Septimo	.449	87	.000	.567	87	.000
	Octavo	.479	67	.000	.515	67	.000
	Noveno	.451	64	.000	.563	64	.000
Operación Sustracción	Septimo	.355	87	.000	.635	87	.000
	Octavo	.413	67	.000	.607	67	.000
	Noveno	.451	64	.000	.563	64	.000
Operación Multiplicación	Septimo	.361	87	.000	.634	87	.000
	Octavo	.366	67	.000	.633	67	.000
	Noveno	.348	64	.000	.636	64	.000
Operación División	Septimo	.396	87	.000	.619	87	.000
	Octavo	.397	67	.000	.618	67	.000
	Noveno	.436	64	.000	.583	64	.000

Se observa en la tabla anterior que dado el valor de sig. (.000) de la prueba de Kolmogorov-Smirnov, se concluye que ninguna de las variables del estudio proviene de una distribución normal respecto a los grados de séptimo, octavo y noveno.

Tabla 37 Prueba de normalidad respecto a la variable Interpretación parte-todo-continuo de todas las variables dependientes del estudio.

Operaciones con fracciones	Interpretación parte todo continuo	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Operación Adición	Respuesta Incorrecta	.372	73	.000	.631	73	.000
	Respuesta Correcta	.500	145	.000	.465	145	.000
Operación Sustracción	Respuesta Incorrecta	.407	73	.000	.611	73	.000
	Respuesta Correcta	.465	145	.000	.543	145	.000
Operación Multiplicación	Respuesta Incorrecta	.372	73	.000	.631	73	.000
	Respuesta Correcta	.346	145	.000	.636	145	.000

Operación División	Respuesta Incorrecta	.350	73	.000	.636	73	.000
	Respuesta Correcta	.438	145	.000	.582	145	.000

a. Corrección de significación de Lilliefors

Se observa en la tabla anterior que dado el valor de sig. (.000) de la prueba de Kolmogorov-Smirnov, se concluye que ninguna de las variables dependientes proviene de una distribución normal respecto a la variable independiente (Interpretación de la fracción como relación parte-todo-continuo).

Tabla 38 Prueba de normalidad con respecto a la variable Interpretación parte-todo-discreto de todas las variables dependientes del estudio.

Operaciones con fracciones	Interpretación parte todo discreto	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Operación Adición	Respuesta Incorrecta	.389	89	.000	.623	89	.000
	Respuesta Correcta	.504	129	.000	.454	129	.000
Operación Sustracción	Respuesta Incorrecta	.383	89	.000	.626	89	.000
	Respuesta Correcta	.472	129	.000	.530	129	.000
Operación Multiplicación	Respuesta Incorrecta	.389	89	.000	.623	89	.000
	Respuesta Correcta	.350	129	.000	.636	129	.000
Operación División	Respuesta Incorrecta	.354	89	.000	.635	89	.000
	Respuesta Correcta	.465	129	.000	.543	129	.000

a. Corrección de significación de Lilliefors

Se observa en la tabla anterior que dado el valor de sig. (.000) de la prueba de Kolmogorov-Smirnov, se concluye que ninguna de las variables dependientes proviene de una distribución normal respecto a la variable independiente (Interpretación de la fracción como relación parte-todo-discreto).

Tabla 39 Prueba de normalidad con respecto a la variable Interpretación como medida de todas las variables dependientes del estudio.

Operaciones con fracciones	Interpretación Medida	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Operación Adición	Respuesta Incorrecta	.442	60	.000	.576	60	.000
	Respuesta Correcta	.466	158	.000	.541	158	.000
Operación Sustracción	Respuesta Incorrecta	.348	60	.000	.636	60	.000
	Respuesta Correcta	.428	158	.000	.592	158	.000
Operación Multiplicación	Respuesta Incorrecta	.391	60	.000	.622	60	.000
	Respuesta Correcta	.341	158	.000	.636	158	.000

Operación División	Respuesta Incorrecta	.374	60	.000	.630	60	.000
	Respuesta Correcta	.422	158	.000	.599	158	.000

a. Corrección de significación de Lilliefors

Se observa en la tabla anterior que dado el valor de sig. (.000) de la prueba de Kolmogorov-Smirnov, se concluye que ninguna de las variables dependientes proviene de una distribución normal respecto a la variable independiente (Interpretación de la fracción como Medida).

Tabla 40 Prueba de normalidad respecto a la variable Interpretación como cociente de todas las variables dependientes del estudio.

Operaciones con fracciones	Interpretación Cociente	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Operación Adición	Respuesta Incorrecta	.425	72	.000	.595	72	.000
	Respuesta Correcta	.476	146	.000	.523	146	.000
Operación Sustracción	Respuesta Incorrecta	.361	72	.000	.634	72	.000
	Respuesta Correcta	.442	146	.000	.576	146	.000
Operación Multiplicación	Respuesta Incorrecta	.425	72	.000	.595	72	.000
	Respuesta Correcta	.362	146	.000	.634	146	.000
Operación División	Respuesta Incorrecta	.347	72	.000	.636	72	.000
	Respuesta Correcta	.446	146	.000	.572	146	.000

a. Corrección de significación de Lilliefors

Se observa en la tabla anterior que dado el valor de sig. (.000) de la prueba de Kolmogorov-Smirnov, se concluye que ninguna de las variables dependientes proviene de una distribución normal respecto a la variable independiente (Interpretación de la fracción como Cociente).

Tabla 41 Prueba de normalidad respecto a la variable Interpretación como razón de todas las variables dependientes del estudio.

Operaciones con fracciones	Interpretación Razón	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Operación Adición	Respuesta Incorrecta	.436	118	.000	.584	118	.000
	Respuesta Correcta	.486	100	.000	.500	100	.000
Operación Sustracción	Respuesta Incorrecta	.349	118	.000	.636	118	.000
	Respuesta Correcta	.481	100	.000	.511	100	.000
Operación Multiplicación	Respuesta Incorrecta	.367	118	.000	.633	118	.000
	Respuesta Correcta	.340	100	.000	.636	100	.000
Operación División	Respuesta Incorrecta	.397	118	.000	.618	118	.000
	Respuesta Correcta	.422	100	.000	.598	100	.000

a. Corrección de significación de Lilliefors

Se observa en la tabla anterior que dado el valor de sig. (.000) de la prueba de Kolmogorov-Smirnov, se concluye que ninguna de las variables dependientes proviene de una distribución normal respecto a la variable independiente (Interpretación de la fracción como Razón).

Tabla 42 Prueba de normalidad con respecto a la variable Interpretación como operador de todas las variables dependientes del estudio.

Operaciones con fracciones	Interpretación Operador	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Operación Adición	Respuesta Incorrecta	.409	117	.000	.610	117	.000
	Respuesta Correcta	.513	101	.000	.424	101	.000
Operación Sustracción	Respuesta Incorrectas	.343	117	.000	.636	117	.000
	Respuesta Correcta	.473	101	.000	.527	101	.000
Operación Multiplicación	Respuesta Incorrecta	.404	117	.000	.614	117	.000
	Respuesta Correcta	.384	101	.000	.626	101	.000
Operación División	Respuesta Incorrecta	.382	117	.000	.627	117	.000
	Respuesta Correcta	.439	101	.000	.580	101	.000

a. Corrección de significación de Lilliefors

Se observa en la tabla anterior que dado el valor de sig. (.000) de la prueba de Kolmogorov-Smirnov, se concluye que ninguna de las variables dependientes proviene de una distribución normal respecto a la variable independiente (Interpretación de la fracción como Operador).

Tabla 43 Prueba de normalidad de la variable nota del instrumento de las interpretaciones de la fracción con respecto a la variable grado.

Instrumento (NOTA)	Grado	Kolmogorov-					
		Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Comprensión de las diferentes interpretaciones de las interpretaciones de fracciones	Septimo	.119	87	.000	.924	87	.000
	Octavo	.192	67	.000	.903	67	.000
	Noveno	.224	64	.000	.852	64	.000

a. Corrección de significación de Lilliefors

Se observa en la tabla anterior que dado el valor de sig. (.000) de la prueba de Kolmogorov-Smirnov, se concluye que la variable (Nota del Instrumento de las interpretaciones de fracciones) no proviene de una distribución normal respecto a los grados.

Tabla 44 Prueba de normalidad de la variable nota del instrumento de las operaciones básicas con fracciones positivas con respecto a la variable grado.

Instrumento (NOTA)	Grado	Kolmogorov-					
		Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas.	Septimo	.374	87	.000	.514	87	.000
	Octavo	.262	67	.000	.761	67	.000
	Noveno	.348	64	.000	.621	64	.000

a. Corrección de significación de Lilliefors

Se observa en la tabla anterior que dado el valor de sig. (.000) de la prueba de Kolmogorov-Smirnov, se concluye que la variable (Nota del Instrumento de las Operaciones con fracciones) no proviene de una distribución normal respecto a los grados.

4.2.2 Prueba de Homogeneidad de Varianzas.

Tabla 45 Prueba de homogeneidad de varianzas. Variables dependientes controlado para el factor Interpretación parte todo-continuo.

Interpretación parte todo-continuo	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
Operación Adición	45.467	1	216	.000
Operación Sustracción	9.998	1	216	.002
Operación Multiplicación	1.982	1	216	.161
Operación División	11.791	1	216	.001

La tabla anterior muestra los datos arrojados por la prueba de homogeneidad de varianzas, donde el valor de significancia del Estadístico de Levene es menor a 0.05, a excepción de la variable dependiente operación multiplicación, por lo tanto, se concluye que, las variables (operaciones básicas con fracciones positivas) no poseen varianzas iguales respecto al factor Interpretación como Medida a excepción de la operación básica multiplicación.

Tabla 46 Prueba de homogeneidad de varianzas. Variables dependientes controlado para el factor Interpretación parte todo-discreto.

Interpretación parte todo-discreto.	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
Operación Adición	51.669	1	216	.000
Operación Sustracción	23.778	1	216	.000
Operación Multiplicación	4.190	1	216	.042
Operación División	26.576	1	216	.000

La tabla 46 muestra los datos arrojados por la prueba de homogeneidad de varianzas, donde el valor de significancia del Estadístico de Levene es menor a 0.05, por lo tanto, se concluye

que, las variables (operaciones básicas con fracciones positivas) no poseen varianzas iguales respecto al factor Interpretación Parte todo-discreto.

Tabla 47 Prueba de homogeneidad de varianzas. Variables dependientes controlado para el factor Interpretación como medida

Interpretación como medida	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
Operación Adición	1.770	1	216	.185
Operación Sustracción	7.682	1	216	.006
Operación Multiplicación	6.523	1	216	.011
Operación División	4.169	1	216	.042

La tabla 47 muestra los datos arrojados por la prueba de homogeneidad de varianzas, donde el valor de significancia del Estadístico de Levene es menor a 0.05, a excepción de la variable dependiente operación con adición, por lo tanto, se concluye que, las variables (operaciones básicas con fracciones positivas) no poseen varianzas iguales respecto al factor Interpretación como Medida a excepción de la operación básica adición.

Tabla 48 Prueba de homogeneidad de varianzas. Variables dependientes controlado para el factor Interpretación como cociente.

Interpretación como cociente.	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
Operación Adición	8.579	1	216	.004
Operación Sustracción	11.913	1	216	.001
Operación Multiplicación	14.019	1	216	.000
Operación División	14.326	1	216	.000

La tabla 48 muestra los datos arrojados por la prueba de homogeneidad de varianzas, donde el valor de significancia del Estadístico de Levene es 0.00, por lo tanto, se concluye que, las variables (operaciones básicas con fracciones positivas) no poseen varianzas iguales respecto al factor Interpretación como cociente.

Tabla 49 Prueba de homogeneidad de varianzas. Variables dependientes controlado para el factor Interpretación como razón.

Interpretación como razón.	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
Operación Adición	12.494	1	216	.000
Operación Sustracción	52.695	1	216	.000
Operación Multiplicación	1.035	1	216	.310

Operación División	2.316	1	216	.130
--------------------	-------	---	-----	------

La tabla 49 muestra los datos arrojados por la prueba de homogeneidad de varianzas, donde el valor de significancia del Estadístico de Levene es menor a 0.05, a excepción de las variables dependientes operación Multiplicación y División, por lo tanto, se concluye que, las variables (operaciones básicas con fracciones positivas) no poseen varianzas iguales respecto al factor Interpretación como razón a excepción de las variables dependientes operación Multiplicación y División.

Tabla 50 Prueba de homogeneidad de varianzas. Variables dependientes controlado para el factor Interpretación como operador.

Interpretación como operador.	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
Operación Adición	64.001	1	216	.000
Operación Sustracción	44.011	1	216	.000
Operación Multiplicación	1.347	1	216	.247
Operación División	11.150	1	216	.001

La tabla 50 muestra los datos arrojados por la prueba de homogeneidad de varianzas, donde el valor de significancia del Estadístico de Levene es menor a 0.05, a excepción de la variable dependiente operación multiplicación, por lo tanto, se concluye que, las variables (operaciones básicas con fracciones positivas) no poseen varianzas iguales respecto al factor Interpretación como operador a excepción de la operación básica multiplicación.

4.2.3 Prueba de Kruskal-Wallis y U-Mann-Whitney.

Estas pruebas determinaran si existe diferencia entre las medianas de la variable independiente y dependiente respecto al grado.

Tabla 51 Rangos promedio. Variable nota del instrumento de las interpretaciones de la fracción respecto al grado.

	Grado	N	Rango promedio
Nota del instrumento de las interpretaciones de la fracción.	Septimo	87	97.44
	Octavo	67	109.72
	Noveno	64	125.67
	Total	218	

Tabla 52 Prueba de Kruskal Wallis. Variable nota del instrumento de las interpretaciones de la fracción respecto al grado.

Estadísticos de prueba^{a, b}

Nota del instrumento de las interpretaciones de fracciones	
Chi-cuadrado	7.499
Gl	2
Sig. asintótica	.024

b. Variable de agrupación: Grado

La tabla 52 muestra los datos arrojados por la prueba análisis de varianzas de Kruskal-Wallis, donde el valor de significancia del Estadísticos es 0.024 que es menor a 0.05, por lo que se concluye que, existe diferencia en la mediana de la nota del instrumento de las interpretaciones de una fracción en los grados de séptimo, octavo y noveno.

Tabla 53 Rangos promedio. Variable nota del instrumento de las interpretaciones de la fracción respecto a los grados de séptimo y octavo.

	Grado	N	Rango promedio	Suma de rangos
Nota del instrumento de las interpretaciones de fracciones	Septimo	87	73.80	6421.00
	Octavo	67	82.30	5514.00
	Total	154		

Tabla 54 Prueba U de Mann-Whitney. Variable nota del instrumento de las interpretaciones de la fracción respecto a los grados de séptimo y octavo.

Estadísticos de prueba ^a	
Nota del instrumento de las interpretaciones de fracciones	
U de Mann-Whitney	2593.000
W de Wilcoxon	6421.000
Z	-1.180
Sig. asintótica (bilateral)	.238

a. Variable de agrupación: Grado

La tabla 54 muestra los datos arrojados por la prueba U de Mann-Whitney, donde el valor de significancia del Estadísticos es 0.238 que es mayor a 0.05, por lo que no se rechaza la hipótesis nula y se concluye que no existe una diferencia significativa en la nota del instrumento de las interpretaciones de una fracción en los grados de séptimo y octavo.

Tabla 55 Rangos promedio. Variable nota del instrumento de las interpretaciones de la fracción respecto a los grados de octavo y noveno.

	Grado	N	Rango promedio	Suma de rangos
Nota del instrumento de las interpretaciones de fracciones	Octavo	67	61.42	4115.00
	Noveno	64	70.80	4531.00

Total	131
-------	-----

Tabla 56 Prueba U de Mann-Whitney. Variable nota del instrumento de las interpretaciones de la fracción respecto a los grados de octavo y noveno.

Estadísticos de prueba^a	
Nota del instrumento de las interpretaciones de fracciones	
U de Mann-Whitney	1837.000
W de Wilcoxon	4115.000
Z	-1.427
Sig. asintótica (bilateral)	.154

a. Variable de agrupación: Grado

La tabla 56 muestra los datos arrojados por la prueba U de Mann-Whitney, donde el valor de significancia del Estadísticos es 0.154 que es mayor a 0.05, por lo que no se rechaza la hipótesis nula y se concluye que no existe una diferencia significativa en la nota del instrumento de las interpretaciones de una fracción en los grados de octavo y noveno.

Tabla 57 Rangos promedio. Variable nota del instrumento de las interpretaciones de la fracción respecto a los grados de séptimo y noveno.

	Grado	N	Rango promedio	Suma de rangos
Nota del instrumento de las interpretaciones de fracciones	Septimo	87	67.63	5884.00
	Noveno	64	87.38	5592.00
	Total	151		

Tabla 58 Prueba U de Mann-Whitney. Variable nota del instrumento de las interpretaciones de la fracción respecto a los grados de séptimo y noveno.

Estadísticos de prueba^a	
Nota del instrumento de las interpretaciones de fracciones	
U de Mann-Whitney	2056.000
W de Wilcoxon	5884.000
Z	-2.764
Sig. asintótica (bilateral)	.006

a. Variable de agrupación: Grado

La tabla 58 muestra los datos arrojados por la prueba U de Mann-Whitney, donde el valor de significancia del Estadísticos es 0.006 que es menor a 0.05, por lo que se rechaza la hipótesis nula y se concluye que existe una diferencia en la nota del instrumento de las interpretaciones de una fracción en los grados de séptimo y noveno.

En general podemos afirmar que la conclusión de los datos obtenidos de la prueba de análisis de varianza Kruskal-Wallis donde existe una diferencia entre las notas de las interpretaciones de las fracciones respecto a los grados séptimo, octavo y noveno; es por datos arrojados por la prueba U-Mann-Whitney donde muestra que existe una diferencia en las notas de las interpretaciones de las fracciones respecto a los grados de séptimo y noveno.

Tabla 59 *Tabla de correspondencia de la variable independiente con respecto a la variable grado.*

Nota del instrumento de las interpretaciones de fracciones	Grado						Margen activo
	Septimo	Total	Octavo	Total	Noveno	Total	
0	1	0	2	0	3	0	6
1	5	5	5	5	4	4	14
2	12	24	3	6	5	10	20
3	8	24	6	18	4	12	18
4	3	12	1	4	1	4	5
5	3	15	5	25	1	5	9
6	6	36	4	24	0	0	10
7	5	35	3	21	3	21	11
8	17	136	12	96	7	56	36
9	10	90	8	72	5	45	23
10	12	120	6	60	16	160	34
11	5	55	12	132	15	165	32
Promedio		6.34		6.91		7.53	
Mediana		8		9		10	
Margen activo	87	552	67	463	64	482	218

La tabla 59 de correspondencia muestra que existe una diferencia significativa en el promedio de la nota del instrumento de las interpretaciones de fracciones en los grados de séptimo y noveno, donde se observa que los alumnos de séptimo obtuvieron un promedio de **6.34** y los alumnos de noveno **7.53** respectivamente. Se concluye, basado en los promedios obtenidos que, entre mayor es el grado en III ciclo de educación básica mayor es el promedio de la nota del instrumento de las interpretaciones de fracciones.

Tabla 60 *Rangos promedio. Variable nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones respecto al grado.*

Grado	N	Rango promedio
Septimo	87	102.65

Nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones	Octavo	67	110.06
	Noveno	64	118.23
	Total	218	

Tabla 61 Prueba de Kruskal Wallis. Variable nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones respecto al grado.

Estadísticos de prueba ^{a, b}	
Nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones	
Chi-cuadrado	2.399
Gl	2
Sig. asintótica	.301

b. Variable de agrupación: Grado

La tabla 61 muestra los datos arrojados por la prueba análisis de varianzas de Kruskal-Wallis, donde el valor de significancia del Estadísticos es 0.301 que es mayor a 0.05, por lo que no se rechaza la hipótesis nula y se concluye que no existe diferencia en la mediana de la nota del instrumento de las interpretaciones de una fracción en los grados de séptimo, octavo y noveno.

Tabla 62 Rangos promedio. Variable nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones respecto a los grados de séptimo y octavo.

	Grado	N	Rango promedio	Suma de rangos
Nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones	Septimo	87	75.29	6550.00
	Octavo	67	80.37	5385.00
	Total	154		

Tabla 63 Prueba U de Mann-Whitney. Variable nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones respecto a los grados de séptimo y octavo.

Nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones	
U de Mann-Whitney	2722.000
W de Wilcoxon	6550.000
Z	-.723
Sig. asintótica (bilateral)	.470

a. Variable de agrupación: Grado

La tabla 63 muestra los datos arrojados por la prueba U de Mann-Whitney, donde el valor de significancia del Estadísticos es 0.470 que es mayor a 0.05, por lo no se rechaza la hipótesis

nula y se concluye que no existe una diferencia significativa en la nota del instrumento de las operaciones con fracciones en los grados de séptimo y octavo.

Tabla 64 Rangos promedio. Variable nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones respecto a los grados de octavo y noveno.

	Grado	N	Rango promedio	Suma de rangos
Nota del instrumento de	Octavo	67	63.69	4267.00
resolución de operaciones con	Noveno	64	68.42	4379.00
fracciones	Total	131		

Tabla 65 Prueba U de Mann-Whitney. Variable nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones respecto a los grados de octavo y noveno.

Nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones	
U de Mann-Whitney	1989.000
W de Wilcoxon	4267.000
Z	-.738
Sig. asintótica (bilateral)	.461

a. Variable de agrupación: Grado

La tabla 65 muestra los datos arrojados por la prueba U de Mann-Whitney, donde el valor de significancia del Estadísticos es 0.461 que es mayor a 0.05, por lo no se rechaza la hipótesis nula y se concluye que no existe una diferencia significativa en la nota del instrumento de las operaciones con fracciones en los grados de octavo y noveno.

Tabla 66 Rangos promedio. Variable nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones respecto a los grados de séptimo y noveno.

	Grado	N	Rango promedio	Suma de rangos
Nota del instrumento de	Septimo	87	71.36	6208.50
resolución de operaciones con	Noveno	64	82.30	5267.50
fracciones	Total	151		

Tabla 67 Prueba U de Mann-Whitney. Variable nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones respecto a los grados de séptimo y noveno.

Nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones	
U de Mann-Whitney	2380.500

W de Wilcoxon	6208.500
Z	-1.569
Sig. asintótica (bilateral)	.117

a. Variable de agrupación: Grado

La tabla 67 muestra los datos arrojados por la prueba U de Mann-Whitney, donde el valor de significancia del Estadísticos es 0.117 que es mayor a 0.05, por lo que, no se rechaza la hipótesis nula y se concluye que no existe una diferencia significativa en la nota del instrumento de las operaciones con fracciones en los grados de séptimo y noveno.

Tabla 68 *Tabla de correspondencia de la variable dependiente con respecto a la variable grado.*

Nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones	Grado						Margen activo
	Septimo	Total	Octavo	total	Noveno	total	
0	10	0	6	0	3	0	19
1	12	12	6	6	8	8	26
2	20	40	23	46	16	32	59
3	31	93	14	42	19	57	64
4	14	56	18	72	18	72	50
Margen activo	87	201	67	166	64	169	218
Promedio		2.3		2.4		2.6	
Mediana		3		3		3	

Aunque la tabla 68 de correspondencia presenta que existe una diferencia mínima en el promedio de la nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones en los grados de séptimo, octavo y noveno, al realizar la prueba de U-Mann-Whitney se constata que esta diferencia no es significativa, a pesar de que se observa, que los alumnos de séptimo obtuvieron un promedio de **2.31**, los de octavo **2.4** y los alumnos de noveno **2.6**. Y no se puede concluir que, entre mayor es el grado en III ciclo de educación básica mayor es el promedio de la nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones con certeza.

4.2.4 Pruebas Chi- Cuadrado para ver la relación entre las variables independientes y dependientes.

Tabla 69 *Prueba de chi-cuadrado. Interpretación parte todo-continuo y operación básica adición.*

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	16.686 ^a	1	.000		

Corrección de continuidad ^b	15.386	1	.000		
Razón de verosimilitud	16.085	1	.000		
Prueba exacta de Fisher				.000	.000
Asociación lineal por lineal	16.609	1	.000		
N de casos válidos	218				

a. 0 casillas (0.0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 19.42.

b. Sólo se ha calculado para una tabla 2x2

La tabla 69 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.000 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que la variable (operación básica adición de fracciones) es dependiente de la variable (Interpretación de la fracción como relación parte todo-continuo). Es decir que, existe una relación entre las variables mencionadas.

Tabla 70 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación parte todo-continuo y operación básica sustracción.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	28.954 ^a	1	.000		
Corrección de continuidad ^b	27.386	1	.000		
Razón de verosimilitud	28.787	1	.000		
Prueba exacta de Fisher				.000	.000
Asociación lineal por lineal	28.822	1	.000		
N de casos válidos	218				

La tabla 70 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.000 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que la variable (operación básica sustracción de fracciones) es dependiente de la variable (Interpretación de la fracción como relación parte todo-continuo). Es decir que, existe una relación entre las variables mencionadas.

Tabla 71 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación parte todo-continuo y operación básica multiplicación.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	.513 ^a	1	.474		
Corrección de continuidad ^b	.327	1	.567		
Razón de verosimilitud	.514	1	.474		

Prueba exacta de Fisher			.566	.284
Asociación lineal por lineal	.510	1	.475	
N de casos válidos	218			

La tabla 71 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.474 lo que indica que está por encima del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se concluye que la variable (operación básica multiplicación de fracciones) es independiente de la variable (Interpretación de la fracción como relación parte-todo-continuo). Es decir que, no hay relación entre las variables mencionadas.

Tabla 72 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación parte todo-continuo y operación básica división.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	5.977 ^a	1	.014		
Corrección de continuidad ^b	5.271	1	.022		
Razón de verosimilitud	5.898	1	.015		
Prueba exacta de Fisher				.017	.011
Asociación lineal por lineal	5.950	1	.015		
N de casos válidos	218				

a. 0 casillas (0.0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 26.79.

b. Sólo se ha calculado para una tabla 2x2

La tabla 72 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.014 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que la variable (operación básica división de fracciones) es dependiente de la (Interpretación de la fracción como relación parte todo-continuo). Es decir que, existe una relación entre las variables mencionadas.

Conclusión: a través del análisis de la prueba de Chi-cuadrado se concluye que la interpretación de la fracción como relación parte-todo-continuo está relacionada con las operaciones básicas de adición, sustracción y división de fracciones positivas.

Tabla 73 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación parte todo-discreto y operación básica adición.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	14.762 ^a	1	.000		
Corrección de continuidad ^b	13.588	1	.000		

Razón de verosimilitud	14.620	1	.000		
Prueba exacta de Fisher				.000	.000
Asociación lineal por lineal	14.694	1	.000		
N de casos válidos	218				

a. 0 casillas (0.0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 23.68.

b. Sólo se ha calculado para una tabla 2x2

La tabla 73 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.000 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que la variable (operación básica adición de fracciones) es dependiente de la variable (Interpretación de la fracción como relación parte todo-discreto). En otras palabras, existe una relación entre las variables mencionadas.

Tabla 74 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación parte todo-discreto y operación básica sustracción.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	26.426 ^a	1	.000		
Corrección de continuidad ^b	24.988	1	.000		
Razón de verosimilitud	26.577	1	.000		
Prueba exacta de Fisher				.000	.000
Asociación lineal por lineal	26.305	1	.000		
N de casos válidos	218				

a. 0 casillas (0.0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 33.89.

b. Sólo se ha calculado para una tabla 2x2

La tabla 74 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.000 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que la variable (operación básica sustracción de fracciones) es dependiente de la variable (Interpretación de la fracción como relación parte todo-discreto). Es decir que, existe una relación entre las variables mencionadas.

Tabla 75 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación parte todo-discreto y operación básica multiplicación.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	2.789 ^a	1	.095		
Corrección de continuidad ^b	2.347	1	.126		

Razón de verosimilitud	2.800	1	.094		
Prueba exacta de Fisher				.100	.063
Asociación lineal por lineal	2.776	1	.096		
N de casos válidos	218				

a. 0 casillas (0.0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 42.05.

b. Sólo se ha calculado para una tabla 2x2

La tabla 75 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.095 lo que indica que está por encima del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se concluye que la variable (operación básica multiplicación de fracciones) es independiente de la variable (Interpretación de la fracción como relación parte-todo-discreto). Es decir que, no hay relación entre las variables mencionadas.

Tabla 76 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación parte todo-discreto y operación básica división.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	16.807 ^a	1	.000		
Corrección de continuidad ^b	15.655	1	.000		
Razón de verosimilitud	16.787	1	.000		
Prueba exacta de Fisher				.000	.000
Asociación lineal por lineal	16.730	1	.000		
N de casos válidos	218				

a. 0 casillas (0.0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 32.66.

b. Sólo se ha calculado para una tabla 2x2

La tabla 76 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.000 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que la variable (operación básica división de fracciones) es dependiente de la variable (Interpretación de la fracción como relación parte todo-discreto). Es decir que, existe una relación entre las variables mencionadas.

Conclusión: a través del análisis de la prueba de Chi-cuadrado se concluye que la interpretación de la fracción como relación parte-todo-discreto está relacionada con las operaciones básicas de adición, sustracción y división de fracciones positivas.

Tabla 77 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como medida y operación básica adición.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)

Chi-cuadrado de Pearson	.489 ^a	1	.485		
Corrección de continuidad ^b	.278	1	.598		
Razón de verosimilitud	.481	1	.488		
Prueba exacta de Fisher				.496	.296
Asociación lineal por lineal	.486	1	.486		
N de casos válidos	218				

a. 0 casillas (0.0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 15.96.

b. Sólo se ha calculado para una tabla 2x2

La tabla anterior muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.485 lo que indica que está por encima del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se concluye que la variable (operación básica adición de fracciones) es independiente de la variable (Interpretación de la fracción como medida). En otras palabras, no hay relación entre las variables mencionadas.

Tabla 78 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como medida y operación básica sustracción.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	6.488 ^a	1	.011		
Corrección de continuidad ^b	5.717	1	.017		
Razón de verosimilitud	6.376	1	.012		
Prueba exacta de Fisher				.013	.009
Asociación lineal por lineal	6.458	1	.011		
N de casos válidos	218				

La tabla 78 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.011 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que la variable (operación básica sustracción de fracciones) es dependiente de la variable (Interpretación de la fracción como medida). Es decir que, existe una relación entre las variables mencionadas.

Tabla 79 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como medida y operación básica multiplicación.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	1.745 ^a	1	.187		
Corrección de continuidad ^b	1.367	1	.242		
Razón de verosimilitud	1.755	1	.185		
Prueba exacta de Fisher				.225	.121

Asociación lineal por lineal	1.737	1	.188
N de casos válidos	218		

a. 0 casillas (0.0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 28.35.

b. Sólo se ha calculado para una tabla 2x2

La tabla 79 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.187 lo que indica que está por encima del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se concluye que la variable (operación básica multiplicación de fracciones) es independiente de la variable (Interpretación de la fracción como medida). Es decir que, no hay relación entre las variables mencionadas.

Tabla 80 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como medida y operación básica división.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	1.569 ^a	1	.210		
Corrección de continuidad ^b	1.200	1	.273		
Razón de verosimilitud	1.549	1	.213		
Prueba exacta de Fisher				.213	.137
Asociación lineal por lineal	1.562	1	.211		
N de casos válidos	218				

La tabla 80 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.210 lo que indica que está por encima del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se concluye que la variable (operación básica división de fracciones) es independiente de la variable (Interpretación de la fracción como medida). Es decir, no hay relación entre las variables mencionadas.

Conclusión: a través del análisis de la prueba de Chi-cuadrado se concluye que, la interpretación de la fracción como medida, está relacionada con operación básica de sustracción de fracciones positivas.

Tabla 81 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como cociente y operación básica adición.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	2.492 ^a	1	.114		
Corrección de continuidad ^b	2.004	1	.157		
Razón de verosimilitud	2.438	1	.118		
Prueba exacta de Fisher				.142	.079

Asociación lineal por lineal	2.481	1	.115
N de casos válidos	218		

a. 0 casillas (0.0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 19.16.

b. Sólo se ha calculado para una tabla 2x2

La tabla 81 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.114 lo que indica que está por encima del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se concluye que la variable (operación básica adición de fracciones) es independiente de la variable (Interpretación de la fracción como cociente). Es decir, no hay relación entre las variables mencionadas.

Tabla 82 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como cociente y operación básica sustracción.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	11.809 ^a	1	.001		
Corrección de continuidad ^b	10.812	1	.001		
Razón de verosimilitud	11.666	1	.001		
Prueba exacta de Fisher				.001	.001
Asociación lineal por lineal	11.755	1	.001		
N de casos válidos	218				

a. 0 casillas (0.0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 27.41.

b. Sólo se ha calculado para una tabla 2x2

La tabla 82 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.001 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que la variable (operación básica sustracción de fracciones) es dependiente de la variable (Interpretación de la fracción como cociente). Es decir, existe una relación entre las variables mencionadas.

Tabla 83 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como cociente y operación básica multiplicación.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	11.809 ^a	1	.001		
Corrección de continuidad ^b	10.812	1	.001		
Razón de verosimilitud	11.666	1	.001		
Prueba exacta de Fisher				.001	.001
Asociación lineal por lineal	11.755	1	.001		
N de casos válidos	218				

a. 0 casillas (0.0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 27.41.

b. Sólo se ha calculado para una tabla 2x2

La tabla 83 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.001 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que la variable (operación básica multiplicación de fracciones) es dependiente de la variable (Interpretación de la fracción como cociente). Es decir, existe una relación entre las variables mencionadas.

Tabla 84 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como cociente y operación básica división.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	9.989 ^a	1	.002		
Corrección de continuidad ^b	9.067	1	.003		
Razón de verosimilitud	9.840	1	.002		
Prueba exacta de Fisher				.003	.001
Asociación lineal por lineal	9.943	1	.002		
N de casos válidos	218				

La tabla 84 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.002 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que la variable (operación básica división de fracciones) es dependiente de la variable (Interpretación de la fracción como cociente). Es decir, existe una relación entre las variables mencionadas.

Conclusión: a través del análisis de la prueba de Chi-cuadrado se concluye que la interpretación de la fracción como cociente, está relacionada con las operaciones básicas de sustracción, multiplicación y división de fracciones positivas.

Tabla 85 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como razón y operación básica adición.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	2.973 ^a	1	.085		
Corrección de continuidad ^b	2.466	1	.116		
Razón de verosimilitud	3.009	1	.083		
Prueba exacta de Fisher				.093	.058

Asociación lineal por lineal	2.959	1	.085
N de casos válidos	218		

a. 0 casillas (0.0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 26.61.

b. Sólo se ha calculado para una tabla 2x2

La tabla 85 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.085 lo que indica que está por encima del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se concluye que la variable (operación básica adición de fracciones) es independiente de la variable (Interpretación de la fracción como razón). Es decir, no hay relación entre las variables mencionadas.

Tabla 86 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como razón y operación básica sustracción.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	20.244 ^a	1	.000		
Corrección de continuidad ^b	19.004	1	.000		
Razón de verosimilitud	20.859	1	.000		
Prueba exacta de Fisher				.000	.000
Asociación lineal por lineal	20.151	1	.000		
N de casos válidos	218				

a. 0 casillas (0.0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 38.07.

La tabla 86 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.000 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que la variable (operación básica sustracción de fracciones) es dependiente de la variable (Interpretación de la fracción como razón). Es decir, existe una relación entre las variables mencionadas.

Tabla 87 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como razón y operación básica multiplicación.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	.561 ^a	1	.454		
Corrección de continuidad ^b	.376	1	.540		
Razón de verosimilitud	.562	1	.454		
Prueba exacta de Fisher				.497	.270
Asociación lineal por lineal	.559	1	.455		
N de casos válidos	218				

a. 0 casillas (0.0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 47.25.

b. Sólo se ha calculado para una tabla 2x2

La tabla 87 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.454 lo que indica que está por encima del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se concluye que la variable (operación básica multiplicación de fracciones) es independiente de la variable (Interpretación de la fracción como razón). Es decir, no hay relación entre las variables mencionadas.

Tabla 88 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como razón y operación básica división.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	.579 ^a	1	.447		
Corrección de continuidad ^b	.384	1	.535		
Razón de verosimilitud	.580	1	.446		
Prueba exacta de Fisher				.483	.268
Asociación lineal por lineal	.576	1	.448		
N de casos válidos	218				

a. 0 casillas (0.0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 36.70.

b. Sólo se ha calculado para una tabla 2x2

La tabla 88 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.447 lo que indica que está por encima del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se concluye que la variable (operación básica división de fracciones) es independiente de la variable (Interpretación de la fracción como razón). Es decir, no hay relación entre las variables mencionadas.

Conclusión; a través del análisis de la prueba de Chi-cuadrado se concluye que, la interpretación de la fracción como razón, está relacionada con la operación básica sustracción de fracciones positivas.

Tabla 89 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como operador y operación básica adición.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	13.315 ^a	1	.000		
Corrección de continuidad ^b	12.217	1	.000		
Razón de verosimilitud	13.824	1	.000		
Prueba exacta de Fisher				.000	.000

Asociación lineal por lineal	13.254	1	.000
N de casos válidos	218		

a. 0 casillas (0.0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 26.87.

b. Sólo se ha calculado para una tabla 2x2

La tabla 89 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.000 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que la variable (operación básica adición de fracciones) es dependiente de la variable (Interpretación de la fracción como operador). Es decir, existe una relación entre las variables mencionadas.

Tabla 90 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como operador y operación básica sustracción.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	16.347 ^a	1	.000		
Corrección de continuidad ^b	15.235	1	.000		
Razón de verosimilitud	16.738	1	.000		
Prueba exacta de Fisher				.000	.000
Asociación lineal por lineal	16.272	1	.000		
N de casos válidos	218				

a. 0 casillas (0.0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 38.45.

La tabla 90 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.000 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que la variable (operación básica sustracción de fracciones) es dependiente de la variable (Interpretación de la fracción como operador). Es decir, existe una relación entre las variables mencionadas.

Tabla 91 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como operador y operación básica multiplicación.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	9.417 ^a	1	.002		
Corrección de continuidad ^b	8.601	1	.003		
Razón de verosimilitud	9.478	1	.002		
Prueba exacta de Fisher				.003	.002
Asociación lineal por lineal	9.374	1	.002		
N de casos válidos	218				

a. 0 casillas (0.0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 47.72.

b. Sólo se ha calculado para una tabla 2x2

La tabla 91 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.002 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que la variable (operación básica multiplicación de fracciones) es dependiente de la variable (Interpretación de la fracción como operador). Es decir, existe una relación entre las variables mencionadas.

Tabla 92 Prueba de chi-cuadrado. Interpretación como operador y operación básica división.

	Valor	gl	Significación		
			asintótica (bilateral)	Significación exacta (bilateral)	Significación exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	2.920 ^a	1	.087		
Corrección de continuidad ^b	2.459	1	.117		
Razón de verosimilitud	2.939	1	.086		
Prueba exacta de Fisher				.093	.058
Asociación lineal por lineal	2.907	1	.088		
N de casos válidos	218				

a. 0 casillas (0.0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 37.06.

b. Sólo se ha calculado para una tabla 2x2

La tabla 92 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.087 lo que indica que está por encima del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se concluye que la variable (operación básica división de fracciones) es independiente de la variable (Interpretación de la fracción como operador). Es decir, no hay relación entre las variables mencionadas.

Conclusión: a través del análisis de la prueba de Chi-cuadrado se concluye que la interpretación de la fracción como operador, está relacionada con las operaciones básicas de adición, sustracción y multiplicación de fracciones positivas.

Tabla 93 Prueba de chi-cuadrado. Comprensión de las diferentes interpretaciones como de la fracción positiva y capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas.

	Valor	gl	Significación
			asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	82.932 ^a	44	.000
Razón de verosimilitud	84.546	44	.000

Asociación lineal por lineal	39.831	1	.000
N de casos válidos	218		

a. 45 casillas (75.0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es .44.

La tabla 93 muestra los datos de la prueba de Chi Cuadrado, con un nivel de significancia de 0.000 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se concluye que la variable (Capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas) es dependiente de la variable (Comprensión de las diferentes interpretaciones de la fracción positiva). Es decir, hay relación entre las variables mencionadas.

La siguiente tabla muestra la relación emparejada a través de la prueba no paramétrica Chi-cuadrado, de las variables del Instrumento de comprensión de las diferentes interpretaciones de la fracción y las variables del instrumento de Capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas:

Tabla 94 *Relación emparejada de las variables en estudio a través de la prueba no paramétrica Chi-Cuadrado.*

Variable (Diferentes Interpretaciones de las fracciones positivas)	Variable (Capacidad de resolución de las operaciones básicas con fracciones positivas)	Valor Estadístico de Significancia. Prueba-No Paramétrica (Chi-Cuadrado)	Tipo de relación de las variables.
Interpretación Partetodo (continuo)	O. Adición	0.000	Dependencia
	O. Sustracción	0.000	Dependencia
	O. Multiplicación	0.474	Independencia
	O. División	0.014	Dependencia
Interpretación Partetodo (Discreto)	O. Adición	0.000	Dependencia
	O. Sustracción	0.000	Dependencia
	O. Multiplicación	0.095	Independencia
	O. División	0.000	Dependencia
Interpretación como medida	O. Adición	0.485	Independencia
	O. Sustracción	0.011	Dependencia
	O. Multiplicación	0.187	Independencia
	O. División	0.210	Independencia
Interpretación como cociente	O. Adición	0.114	Independencia
	O. Sustracción	0.001	Dependencia
	O. Multiplicación	0.001	Dependencia

		O. División	0.002	Dependencia
Interpretación como razón		O. Adición	0.085	Independencia
		O. Sustracción	0.000	Dependencia
		O. Multiplicación	0.454	Independencia
		O. División	0.447	Independencia
Interpretación como operador		O. Adición	0.000	Dependencia
		O. Sustracción	0.000	Dependencia
		O. Multiplicación	0.002	Dependencia
		O. División	0.087	Independencia

La tabla 94 muestra que, existe una relación entre la comprensión interpretación parte-todo-continuo y la capacidad de resolución de adición, sustracción y división. Igual existe una relación entre la comprensión interpretación parte-todo-discreto y la capacidad de resolución de adición, sustracción y división. Igual existe una relación entre la comprensión interpretación como medida y la capacidad de resolución de sustracción. Igual existe una relación entre la comprensión interpretación como cociente y la capacidad de resolución de sustracción, multiplicación y división. Igual existe una relación entre la comprensión interpretación como razón y la capacidad de resolución de sustracción. Igual existe una relación entre la comprensión interpretación como operador y la capacidad de resolución de adición, sustracción y multiplicación.

Conclusión: a través del análisis de la prueba de Chi-cuadrado se concluye que la “Comprensión de las diferentes interpretaciones de la fracción positiva”, está relacionada con la “Capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas”.

4.2.5 Correlaciones entre variables independientes y dependientes. Correlación de Spearman.

Tabla 95 *Correlación Rho de Spearman. Interpretación parte-todo y operación adición.*

			Interpretación parte todo	Operación Adición
Rho de Spearman	Interpretación relación parte-todo	Coficiente de correlación	1.000	.277**
		Sig. (bilateral)	.	.000
		N	218	218
	Operación Adición	Coficiente de correlación	.277**	1.000
		Sig. (bilateral)	.000	.
		N	218	218

** . La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

La tabla 95 muestra los datos de la prueba de correlación de Spearman, donde se observa que el coeficiente de correlación (Rho de Spearman) es 0.277 con un nivel de significancia de 0.000 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se aprecia una correlación positiva baja entre la variable (Interpretación de la fracción como parte todo y la variable (operación básica adición de fracciones).

Tabla 96 *Correlación Rho de Spearman. Interpretación parte-todo y operación sustracción.*

			Operación Sustracción	Interpretación parte todo
Rho de Spearman	Operación Sustracción	Coefficiente de correlación	1.000	.364**
		Sig. (bilateral)	.	.000
		N	218	218
	Interpretación relación parte- todo	Coefficiente de correlación	.364**	1.000
		Sig. (bilateral)	.000	.
		N	218	218

** . La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

La tabla 96 muestra los datos de la prueba de correlación de Spearman, donde se observa que el coeficiente de correlación (Rho de Spearman) es 0.364 con un nivel de significancia de 0.000 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se aprecia una correlación positiva moderada entre la variable (Interpretación de la fracción como parte todo y la variable (operación básica sustracción de fracciones).

Tabla 97 *Correlación Rho de Spearman. Interpretación parte-todo y operación división.*

			Interpretación parte todo	Operación División
Rho de Spearman	Interpretación relación parte- todo	Coefficiente de correlación	1.000	.166*
		Sig. (bilateral)	.	.014
		N	218	218
	Operación División	Coefficiente de correlación	.166*	1.000
		Sig. (bilateral)	.014	.
		N	218	218

*. La correlación es significativa en el nivel 0,05 (bilateral).

La tabla 97 muestra los datos de la prueba de correlación de Spearman, donde se observa que el coeficiente de correlación (Rho de Spearman) es 0.166 con un nivel de significancia de 0.014 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se aprecia una correlación positiva moderada entre la variable (Interpretación de la fracción como parte todo y la variable (operación básica división de fracciones).

El estadístico Chi-Cuadrado muestra que la variable (interpretación de la fracción como relación parte todo), está relacionada con las operaciones básicas adición, sustracción, y división y a través del estadístico correlacional (Rho de Spearman) se determinó el grado de relación entre las variables mencionadas anteriormente lo que arroja: 0.277, 0.364 y 0.166 respectivamente. Las variables adición y sustracción son las que mayor grado de relación muestran con la variable Interpretación de la fracción como relación parte todo proyectando un 0.277 y 0.364 respectivamente.

Tabla 98 *Correlación Rho de Spearman. Interpretación como medida y operación sustracción.*

			Operación Sustracción	Interpretación Medida
Rho de Spearman	Operación Sustracción	Coefficiente de correlación	1.000	.173*
		Sig. (bilateral)	.	.011
		N	218	218
	Interpretación como Medida	Coefficiente de correlación	.173*	1.000
		Sig. (bilateral)	.011	.
		N	218	218

La tabla 98 muestra los datos de la prueba de correlación de Spearman, donde se observa que el coeficiente de correlación (Rho de Spearman) es .173 con un nivel de significancia de 0.011 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se aprecia una correlación baja positiva entre la variable (Interpretación de la fracción como medida) y la variable (operación básica sustracción de fracciones). En conclusión, el estadístico Chi-Cuadrado muestra que la variable (interpretación de la fracción como medida), está relacionada con la operación básica sustracción y a través del estadístico correlacional (Rho de Spearman) se determinó el grado de relación entre las variables mencionadas anteriormente lo que arroja: una correlación baja positiva (0.173).

Tabla 99 *Correlación Rho de Spearman. Interpretación como razón y operación sustracción.*

			Interpretación Razón	Operación Sustracción
Rho de Spearman	Interpretación como razón	Coefficiente de correlación	1.000	.305**
		Sig. (bilateral)	.	.000
		N	218	218
	Operación Sustracción	Coefficiente de correlación	.305**	1.000
		Sig. (bilateral)	.000	.
		N	218	218

** . La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

La tabla 99 muestra los datos de la prueba de correlación de Spearman, donde se observa que el coeficiente de correlación (Rho de Spearman) es 0.305 con un nivel de significancia de 0.000 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se aprecia una correlación positiva moderada entre la variable (Interpretación de la fracción como razón y la variable (operación básica sustracción de fracciones). En conclusión, el estadístico Chi-Cuadrado muestra que la variable independiente (interpretación de la fracción como razón), está relacionada con la operación básica sustracción y a través del estadístico correlacional (Rho de Spearman) se determinó el grado de relación entre las variables mencionadas anteriormente lo que arroja: una correlación moderada positiva (0.305).

Tabla 100 *Correlación Rho de Spearman. Interpretación como operador y operación sustracción.*

			Interpretación Operador	Operación Adición
Rho de Spearman	Interpretación como operador	Coefficiente de correlación	1.000	.247**
		Sig. (bilateral)	.	.000
		N	218	218
	Operación Adición	Coefficiente de correlación	.247**	1.000
		Sig. (bilateral)	.000	.
		N	218	218

La tabla 100 muestra los datos de la prueba de correlación de Spearman, donde se observa que el coeficiente de correlación (Rho de Spearman) es .247 con un nivel de significancia de 0.000 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se aprecia una correlación positiva baja entre la variable (Interpretación de la fracción como operador) y la variable (operación básica adición de fracciones).

Tabla 101 *Correlación Rho de Spearman. Interpretación como operador y operación sustracción.*

			Interpretación Operador	Operación Sustracción
Rho de Spearman	Interpretación Operador	Coefficiente de correlación	1.000	.208**
		Sig. (bilateral)	.	.000
		N	218	218
	Operación Sustracción	Coefficiente de correlación	.208**	1.000
		Sig. (bilateral)	.000	.
		N	218	218

** . La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

La tabla 101 muestra los datos de la prueba de correlación de Spearman, donde se observa que el coeficiente de correlación (Rho de Spearman) es 0.208 con un nivel de significancia de 0.000 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se aprecia una correlación positiva baja entre la variable (Interpretación de la fracción como operador) y la variable (operación sustracción de fracciones).

Tabla 102 *Correlación Rho de Spearman. Interpretación como operador y operación multiplicación.*

			Operación Multiplicación	Interpretación Operador
Rho de Spearman	Operación Multiplicación	Coefficiente de correlación	1.000	.274**
		Sig. (bilateral)	.	.002
		N	218	218
	Interpretación Operador	Coefficiente de correlación	.274**	1.000
		Sig. (bilateral)	.002	.
		N	218	218

** . La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

La tabla 102 muestra los datos de la prueba de correlación de Spearman, donde se observa que el coeficiente de correlación (Rho de Spearman) es 0.274 con un nivel de significancia de 0.002 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se aprecia una correlación positiva baja entre la variable (Interpretación de la fracción como operador y la variable (operación básica multiplicación de fracciones).

En conclusión, el estadístico Chi-Cuadrado muestra que la variable (interpretación de la fracción como operador), está relacionada con las operaciones básicas adición, sustracción, y multiplicación y a través del estadístico correlacional (Rho de Spearman) se determinó el grado de relación entre las variables mencionadas anteriormente lo que arroja: 0.247, 0.208 y 0.274 respectivamente.

Tabla 103 *Correlación Rho de Spearman. Interpretación como cociente y operación sustracción.*

			Interpretación Cociente	Operación Sustracción
Rho de Spearman	Interpretación Cociente	Coefficiente de correlación	1.000	.214**
		Sig. (bilateral)	.	.001
		N	218	218
	Operación Sustracción	Coefficiente de correlación	.214**	1.000
		Sig. (bilateral)	.001	.

	N	218	218
--	---	-----	-----

** La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

La tabla 103 muestra los datos de la prueba de correlación de Spearman, donde se observa que el coeficiente de correlación (Rho de Spearman) es 0.214 con un nivel de significancia de 0.001 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se aprecia una correlación positiva baja entre la variable (Interpretación de la fracción como cociente) y la variable (operación básica sustracción de fracciones).

Tabla 104 *Correlación Rho de Spearman. Interpretación como cociente y operación multiplicación.*

			Interpretación Cociente	Operación Multiplicación
Rho de Spearman	Interpretación Cociente	Coefficiente de correlación	1.000	.196**
		Sig. (bilateral)	.	.004
		N	218	218
	Operación Multiplicación	Coefficiente de correlación	.196**	1.000
		Sig. (bilateral)	.004	.
		N	218	218

** La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

La tabla 104 muestra los datos de la prueba de correlación de Spearman, donde se observa que el coeficiente de correlación (Rho de Spearman) es 0.196 con un nivel de significancia de 0.004 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se aprecia una correlación positiva baja entre la variable (Interpretación de la fracción como cociente y la variable (operación básica multiplicación de fracciones).

Tabla 105 *Correlación Rho de Spearman. Interpretación como cociente y operación división.*

			Interpretación Cociente	Operación División
Rho de Spearman	Interpretación Cociente	Coefficiente de correlación	1.000	.233**
		Sig. (bilateral)	.	.001
		N	218	218
	Operación División	Coefficiente de correlación	.233**	1.000
		Sig. (bilateral)	.001	.
		N	218	218

** La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

La tabla 105 muestra los datos de la prueba de correlación de Spearman, donde se observa que el coeficiente de correlación (Rho de Spearman) es 0.233 con un nivel de significancia de 0.001 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se aprecia una correlación positiva baja entre la variable (Interpretación de la fracción como cociente y la variable (operación básica división de fracciones).

En conclusión, el estadístico Chi-Cuadrado muestra que la variable (interpretación de la fracción como cociente), está relacionada con las operaciones básicas sustracción, multiplicación y división y a través del estadístico correlacional (Rho de Spearman) se determinó el grado de relación entre las variables mencionadas anteriormente lo que arroja: 0.214, 0.196 y 0.233 respectivamente. Sin embargo, es claro que la correlación mayor es 0.233 correspondiente a la relación entre la variable interpretación de la fracción como cociente y la variable operación básica división.

La tabla 106 muestra el grado de relación a través de la prueba no paramétrica ro de Spearman, de las variables del Instrumento de comprensión de las diferentes interpretaciones de la fracción y las variables del instrumento de Capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas:

Tabla 106 *Correlación a través de la prueba-no paramétrica (ro-Spearman), de las variables emparejadas en estudio a través de la prueba no paramétrica (Chi-Cuadrado).*

	Variable (Diferentes Interpretaciones de las fracciones positivas)	Variable (Capacidad de resolución de las operaciones básicas con fracciones positivas)	Valor Estadístico de Significancia. Prueba-No Paramétrica (ro-Spearman)	Grado de relación de las variables.
Relación Emparejada de las variables en estudio a través de la prueba no paramétrica	Interpretación relación parte-todo	Adición	0.277	Positiva baja
		Sustracción	0.364	Positiva moderada
		División	0.166	Positiva baja
	Interpretación como medida	Sustracción	0.173	Positiva baja
	Interpretación como cociente.	Sustracción	0.214	Positiva baja
		Multiplicación	0.196	Positiva baja
		División	0.233	Positiva baja
	Interpretación como razón	Sustracción	0.305	Positiva moderada
	Interpretación como operador	Adición	0.247	Positiva baja
		Sustracción	0.208	Positiva baja
Multiplicación		0.274	Positiva baja	

Como lo muestra la tabla 106 existe un grado de relación positiva baja entre la comprensión interpretación parte-todo y la capacidad de resolución de adición y división, y una relación positiva moderada entre la capacidad de resolución de sustracción. Igual existe una relación positiva baja entre la comprensión interpretación como medida y la capacidad de resolución de sustracción. Igual existe una relación positiva baja entre la comprensión interpretación como cociente y la capacidad de resolución de sustracción, multiplicación y división. Igual existe una relación positiva moderada entre la comprensión interpretación como razón y la capacidad de resolución de sustracción. Igual existe una relación positiva baja entre la comprensión interpretación como operador y la capacidad de resolución de adición, sustracción y multiplicación.

Tabla 107 *Correlación Rho de Spearman. Comprensión de las interpretaciones de fracciones positivas y Capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas.*

			Comprensión de las interpretaciones de fracciones positivas.	Capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas.
Rho de Spearman	Comprensión de las interpretaciones de fracciones positivas.	Coefficiente de correlación	1.000	.448**
		Sig. (bilateral)	.	.000
		N	218	218
	Capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas.	Coefficiente de correlación	.448**	1.000
		Sig. (bilateral)	.000	.
		N	218	218

** La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

La tabla 107 muestra los datos de la prueba de correlación de Spearman, donde se observa que el coeficiente de correlación (Rho de Spearman) es 0.448. con un nivel de significancia de 0.000 lo que indica que está por debajo del nivel de sig. 0.05. Por lo tanto, se aprecia una correlación positiva buena entre la variable (Comprensión de las interpretaciones de fracciones positivas) y la (Capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas.). Por lo que se concluye que hay dependencia entre las variables.

Capítulo V. Conclusiones y Recomendaciones

5.1 Conclusiones

Con respecto al objetivo de investigación #1: Determinar si existe diferencia en la comprensión de las diferentes interpretaciones de la fracción positiva en los grados de séptimo, octavo y noveno.

1.- Los resultados obtenidos en el instrumento “Comprensión de las diferentes interpretaciones de la fracción”, muestran que más del 45% de los estudiantes evidencian comprensión de las cinco interpretaciones de la fracción tomadas en cuenta en este estudio. Las interpretaciones como medida, como relación parte todo (contexto continuo y discreto), y como cociente, obtuvieron un porcentaje de respuestas correctas mayor o igual al 60% por lo que se concluye, que los estudiantes en el transcurso del Segundo y Tercer Ciclo de Educación Básica, fueron expuestos a situaciones relacionadas con estas tres interpretaciones de las fracciones y que existe una comprensión de estas interpretaciones. Sin embargo, las interpretaciones de la fracción como razón y como operador muestran porcentajes abajo del 50%. Por lo que es necesario exponer a los alumnos a situaciones relacionadas con estas dos interpretaciones; para que la experiencia que obtengan de trabajar situaciones relacionadas con las cinco interpretaciones les permita construir un concepto más amplio de fracción.

2.- Los resultados obtenidos del instrumento “Capacidad de resolución de operaciones con fracciones positivas” muestra, que más del 48.8% de los estudiantes muestran conocimientos

de los procesos para resolver las cuatro operaciones básicas con fracciones positivas. Las operaciones de adición, sustracción, y división obtuvieron un porcentaje igual o mayor a 63% por lo que se concluye que los estudiantes en el transcurso del Segundo y Tercer Ciclo de Educación Básica comprendieron los procesos para resolver estas operaciones con fracciones positivas. Sin embargo, la operación de multiplicación muestra un porcentaje de 48.8% por lo que es necesario exponer a los alumnos con mayor frecuencia a situaciones que impliquen la resolución de multiplicación de fracciones positivas.

3.- La prueba de Kruskal Wallis muestra un valor estadístico de 0.24 que confirma que existe diferencia en la mediana de la nota del instrumento de las interpretaciones de una fracción en los grados de séptimo, octavo y noveno. En concordancia con este valor la tabla de correspondencia muestra una relación directamente proporcional entre el promedio de notas del instrumento de interpretaciones de fracciones positivas y el grado que cursa el estudiante. En la medida, en que los alumnos van obteniendo experiencias de aprendizaje significativas relacionadas con el concepto de fracciones, en el transcurso del Tercer Ciclo de Educación Básica, su comprensión sobre las cinco interpretaciones de la fracción va mejorando tal como lo muestran los promedios del instrumento de investigación.

Con respecto al objetivo de investigación #2: Determinar si existe diferencia en la capacidad de resolución de las operaciones básicas con fracciones positivas en los grados de séptimo, octavo y noveno.

1.- La prueba de Kruskal Wallis muestra un valor estadístico de 0.301 que confirma que no existe diferencia en la mediana de la nota del instrumento de resolución de operaciones con fracciones positivas en los grados de séptimo, octavo y noveno. En concordancia con este valor la tabla de correspondencia muestra una relación muy leve directamente proporcional entre el promedio de notas del instrumento de interpretaciones de fracciones positivas y el grado que cursa el estudiante, los valores muestran que dicha relación no es significativa. En la medida, en que los alumnos van obteniendo experiencias significativas relacionadas con la resolución de operaciones con fracciones positivas, en el

transcurso del Tercer Ciclo de Educación Básica, su capacidad de resolución de operaciones con fracciones positivas no muestra una mejora significativa.

Con respecto al objetivo de investigación #3: Determinar si existe relación emparejada entre la comprensión de las cinco interpretaciones de la fracción positiva y la capacidad de resolución de las cuatro operaciones básicas en los estudiantes del III ciclo de educación básica.

1.- La prueba de hipótesis no paramétrica Chi cuadrado realizada a las variables en estudio muestran que la comprensión de las interpretaciones de la fracción está relacionada con la capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones, por lo que concluimos que, el hecho que el alumno comprenda las diferentes interpretaciones de las fracciones, está relacionado con la capacidad que estos tengan para resolución operaciones como adición, sustracción, multiplicación y división de fracciones. Además, se observa que unas interpretaciones de la fracción están relacionadas con algunas operaciones y otras interpretaciones con otras.

Con respecto al objetivo de investigación #4: Establecer el grado de correlación emparejada entre la comprensión de las cinco interpretaciones de la fracción positiva y la capacidad de resolución de las cuatro operaciones básicas en los estudiantes del III ciclo de educación básica.

Dado que se comprobó que existe una relación entre algunas interpretaciones de la fracción con algunas operaciones básicas con fracciones positivas. Estas relaciones determinan que en efecto algunas interpretaciones de la fracción pueden fortalecer la capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas. Por ejemplo: la capacidad de resolución de adición y sustracción de fracciones es dependiente de la comprensión de la interpretación de la fracción como relación parte todo, sin embargo, esta interpretación por sí sola no fortalece la capacidad de resolución de la multiplicación de fracciones; la capacidad de resolución de multiplicaciones de fracciones es dependiente de la comprensión de la interpretación de la fracción como operador y como cociente; y la capacidad de resolución de divisiones de fracciones es dependiente de la comprensión de la interpretación de la fracción como cociente y como relación parte-todo.

Con respecto al objetivo de investigación general: Establecer la relación entre la comprensión de las cinco interpretaciones de la fracción positiva y la capacidad de resolución de las cuatro operaciones básicas en los estudiantes del III ciclo de educación básica.

Aunque es claro que existe una correlación positiva ($\rho=0.448$ $p<0.05$) entre las distintas interpretaciones de una fracción y las cuatro operaciones básicas con fracciones positivas, esta relación es moderada, por lo tanto, existen otros factores que influyen en la capacidad de resoluciones de operaciones básicas con fracciones positivas, aparte del hecho que, los alumnos comprendan las cinco interpretaciones tomadas en cuenta en este estudio.

5.2 Recomendaciones

1.- Dado que la comprensión de las cinco interpretaciones de la fracción tiene un grado de relación positiva bajo y moderado con respecto a la capacidad de resolución de las operaciones básicas con fracciones positivas se recomienda, seguir profundizando en la comprensión de otras interpretaciones que puede tener la fracción e investigar qué relación tiene con la capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas.

2.- Se recomienda investigar otros factores influyen en la capacidad de la resolución de operaciones básicas con fracciones positivas, además de, la comprensión de las diferentes interpretaciones que tiene una fracción.

3.- Se recomienda realizar investigaciones relacionadas a determinar el tipo de errores que comenten los estudiantes al momento de resolver operaciones básicas con fracciones positivas con el objetivo de realizar propuestas didácticas que pueden influir en mejorar la capacidad de resolución de estas.

Bibliografía

- Alsina, C., Burgués, C., Fortuny, J., Giménez, J., & Torra, M. (1998). *Enseñar Matemática* (Segunda ed.). Barcelona, España: Graó.
- Arias, J. F. (2012). *Propuesta didáctica para la enseñanza del concepto de fracción en el grado séptimo considerando la relación parte-todo*. Tesis, Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias exactas y naturales, Manizales.
- Boyer, C. (1968). *Historia de la Matemática*. New York.
- Brown, G., & Quinn, R. J. (2006). *Estudiantes de Álgebra, dificultades con fracciones*. Cambridge.
- Bruner, J. (1984). *Desarrollo cognitivo y educación*. Madrid: Morata.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., & Romberg, T. A. (2009). *Rational Numbers, An Integrations of Research*. Mahwah, New Jersey, USA: Routledge. Recuperado el jueves 03 de Agosto de 2017
- Castro, E., & Rico, L. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelación*. Bogotá.: Iberoamericana.
- Castro, E., & Rico, L. (1998). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. Bogotá.: Iberoamericana.
- Chamorro, M. d. (2003). *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Madrid, España: Pearson Educación.
- Charalambous, & Pitta-Pantazi, D. (2007). *Sobre la base de un modelo teórico para el estudio de los estudiantes la comprensión de las fracciones. Ciencias de la Educación en Matemáticas*.

- Colindres, K. V. (2010). *Concepciones matemáticas en los estudiantes de séptimo grado de la Escuela Normal Mixta "Pedro Nufio" acerca de las fracciones y sus diferentes interpretaciones*. Tesis para optar al grado de maestría., Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán. UPNFM, Tegucigalpa.
- Díaz, R. O. (2014). *Dificultades y errores en la solución de problemas con números racionales*. Tesis Magister, Universidad Autónoma de Manizales, Departamento de Educación, Caldas, Colombia.
- Duval, R. (1993). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivos del pensamiento. *Anales de Didáctica y de Ciencias Cognitivas*, 1(5), 37-65.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Tesis., Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía., Cali. Recuperado el Viernes de Julio de 2017
- Ernest, P. (Enero, Febrero y Marzo de 2000). Los valores y la Imagen de las matemáticas: una perspectiva filosófica. (R. M. Guitart, Ed.) *Revista de Didáctica de las Matemáticas*(23), 128.
- Flores, P., & Morcote, O. (2001). Algunos elementos del conocimiento profesional en la planeación de clases de futuros profesores de secundaria (un caso: Las fracciones). *Actas del Encuentro de Matemáticos Andaluces* (2).
- Gairin, J., & Escalano, R. (2005). Modelos de medida para la enseñanza del número racional en Educación primaria. *Revista Iberoamericana de Educación matemática*, 17-35.
- Gairin, J., & Sancho, J. (2002). *Números y Algoritmos*. Madrid.: Síntesis.
- Gairin, J. M. (2001). Sistema de representación de números racionales positivos. Un estudio con maestros en formación. *Contextos Educativos.*, 137-159.
- García, R. F. (2010). *Significados asociados a la noción de fracción en la escuela secundaria*. D.F. México.
- Garzón, P. J. (2015). Relación entre objeto matemático y sentidos en situaciones de transformación entre representaciones semióticas. *Decimo encuentro colombiano de matemática educativa.*, (pág. 15). Bogotá.
- Gaspar, C. Z. (2008). *Conocimientos previos para entender las fracciones como cantidades de tamaño relativo*. Tesis, Universidad Pedagógica Nacional, Departamento de Ciencias Matemáticas, Distrito Central.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2010). *Metodología de la Investigación* (Quinta Edición ed.). (M. A. Castellanos, Ed.) Distrito Federal, Santa Fe, México: Mc. Graw Hill Education.

- Hiebert, J. (1988). *A theory of Developing Competence with Griten Mathematics' Symbols*.
- Leon, H., & Fuenlabrada, I. (Julio-Diciembre de 1996). Procedimiento de solución de niños de primaria en problemas de reparto. (A. Consejo Mexicano de Investigación Educativa, Ed.) *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 1(2), 11.
- León, H., & Fuenlabrada, I. (Julio-Diciembre de 1996). Procedimiento de solución de niños de primaria en problemas de reparto. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 1(2).
- Llinares Ciscar, S., & Sanchez Garcia, M. V. (1997). *Fracciones. La Relación Parte-Todo* (Primera ed.). Madrid, Vallehermoso, España: Síntesis.
- Martínez, N. J. (2017). *Enseñanza del concepto de fracción desde el significado como medida*. Universidad Externado de Colombia, facultad de ciencias de la educación, Bogotá.
- Morales, C. P. (2011). *CONSTRUYENDO EL CONCEPTO DE FRACCIÓN Y SUS DIFERENTES SIGNIFICADOS, CON LOS DOCENTES DE PRIMARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN ANDRÉS DE GIRARDOTA*. Tesis , UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA, Ciencias Exactas y Naturales , Medellín.
- Morero, A. H. (2017). *Teoría de Registro de Representaciones Semióticas*. Tesis, Universidad Autónoma de Guerrero, Unidad Académica de Matemáticas , Guerrero. Recuperado el 20 de febrero de 2019
- NCTM. (2000). *Principios y Estandares para la Educación Matemática*. Sevilla: Thales.
- Olguín Trejo, E. M., & Valdemoros Alvarez, M. E. (2005). *Una propuesta para trabajar el reparto con fracciones mediante escenarios didácticos, usando enciclopedia*. CINVESTAV-IPN, Distrito Federal, Mexico.
- Olmo, D. G. (2015). *Errores comunes en el aprendizaje de las fracciones: Un estudio con alumnos de 12/13 años en Cantabria*. Tesis de Maestría , Universidad de Cantabria, Facultad de Educación, Cantabria .
- Orduz, M. E. (2012). *Una propuesta para la enseñanza de fracciones en el sexto grado*. Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias, Bogotá, Colombia.
- Parra Alvarez, M. A., & Flores Macías, R. D. (19 de abril de 2008). De la representación pictórica al algoritmo en problemas con fracciones: El proceso de solución de alumnos de secundaria con bajo aprovechamiento. *SciELO*, 20(1), 22. Obtenido de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262008000100003
- Parra, B. M. (1996). Dos concepciones de resolución de problemas matemáticos. *Revista de Educación Matemática*, 2(3).

- Perera, P., & Valdemoros, M. (2016 de Mayo de 2007). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. *Investigación en educación matemática XI*, 209-218.
- Puig, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Granda : Comares.
- Rincón, P. P. (2011). *Resignificación del algoritmo para operar aditivamente con fracciones en un contexto escolar*. D.F. Mexico.
- Robles, G. L. (2011). *Trabajo de fin de master unidad didáctica: fracciones*. Tesis, Universidad de Granada, Didáctica de la Matemática, Granada. Recuperado el 20 de febrero de 2019
- Rodríguez, F. O. (2001). *Matemática. Estrategias de enseñanza y aprendizaje* (Segunda ed.). D.F, Mexico: PAX.
- Rodríguez, M. G. (2017). Registros de representación semiótica del concepto de función exponencial. *Entre Ciencias: diálogos en la sociedad del conocimiento.*, 3(15). Recuperado el 20 de febrero de 2019
- Sallan, J. M. (2001). Sistemas de representación de números racionales positivos. Un estudio con maestros en formación. *Revista de Educación*(4), 159.
- Sampieri, R. (2006). *Metodología de la Investigación*.
- Secretaría de Educación. (2000). *Diseño Curricular Nacional para la Educación Básica 2Ciclo*. Tegucigalpa.: Lithopress Industrial.
- Secretaría de Educación. (2016). *Informe Nacional de Rendimiento Escolar*. Tegucigalpa.
- Secretaría de Educación Honduras. (2012). *Guía del Maestro. Quinto Grado*. Tegucigalpa.
- Shoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando, Florida: Academic Press. INC.
- Skemp, R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Morata.
- Swokowski, E. W., & Cole, J. A. (2009). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica* (12 ed.). Distrito Federal, Mexico: Edamsa impresiones S.A. de C.V.
- Valdemoros, M. (Noviembre de 2004). Lenguaje Fracciones y reparto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 7, 235-256.
- Vargas, J. A. (2012). *Los fraccionarios en primaria. Retos, experiencias didácticas y alianzas para aprender matemáticas con sentido*. (J. A. Vargas, Ed.) Barranquilla, Colombia: Universidad del Norte.
- Whitehead, A. N. (1944). *Introducción a las matemáticas*. Buenos Aires : EMECE. .

Woerle, C. (2010). *Representación de los números racionales y la medida de segmentos: Posibilidades con tecnologías informáticas.* . Lima.

Yapo, W. Q. (2011). *La comprensión de los significados del número racional positivo y su relación con sus operaciones básicas y propiedades elementales.* Tesis Doctoral, Universidad Nacional de Educación "Enrique Guzmán y Valle", Lima, Perú.

Zarzar, C. B. (10 de Octubre de 2013). El aprendizaje de fracciones en la educación primaria. Una propuesta en dos ambientes. *Horizontes Pedagógicos*, 15(1), 12.

Apéndice



**UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
"FRANCISCO MORAZAN"
CRUSPS**



**VICE RECTORIA DE INVESTIGACION Y POSTGRADO
DIRECCION DE POSTGRADO**

**Instrumento de Investigación
"SITUACIONES DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES Y SUS
DIFERENTES INTERPRETACIONES"**

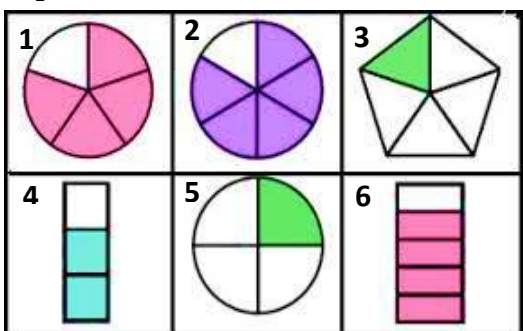
Objetivo: Determinar la comprensión que usted tiene de las diferentes interpretaciones que tiene la fracción.

N° _____ Edad: _____ Sexo: M F Grado o Curso: _____

Escuela donde procede: _____

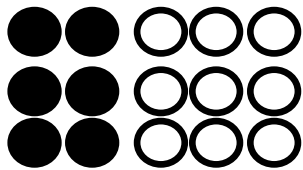
Instrucciones: Se le solicita su valiosa colaboración para desarrollar este instrumento con la mayor sinceridad posible acerca de sus conocimientos sobre las interpretaciones de las fracciones. La información plasmada en este instrumento será totalmente confidencial y usada solamente con fines de investigación educativa. Se le agradece de antemano su valiosa colaboración.

1.- Escriba la fracción que representa la parte coloreada en cada gráfico. Escriba las respuestas en la columna derecha.

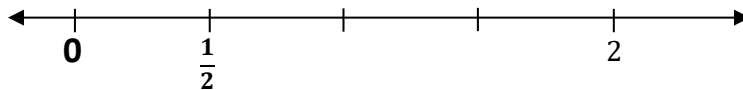


1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____
6. _____

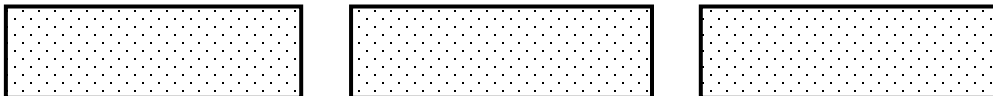
2.- Dada la serie de fichas, escriba en el recuadro la fracción que representan las fichas negras con respecto al total de fichas. Escriba su respuesta en el recuadro que está a la par.



3.- Ubique el número 1 en la recta numérica a partir del siguiente dato.



4.- Tenemos tres barras de chocolate y hay que repartirlas de forma equitativa (partes iguales) entre cinco niños, ¿cuánto le tocará a cada uno? Use las barras de abajo para ilustrar la respuesta.



5.- En séptimo grado hay matriculados 8 niñas y 24 varones. ¿Por cada niña matriculada cuantos varones hay matriculados? Escribe la respuesta en forma de fracción.

6.- Toma dos tercios de la parte rayada, ¿Cuánto has escogido del total?





**UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
"FRANCISCO MORAZAN"
CRUSPS**



**VICE RECTORIA DE INVESTIGACION Y POSTGRADO
DIRECCION DE POSTGRADO**

**Instrumento de Investigación
"RESOLUCION DE OPERACIONES BASICAS CON FRACCIONES POSITIVAS"**

Objetivo: Determinar la capacidad de resolución de operaciones básicas con fracciones positivas.

N° _____ Edad: _____ Sexo: M F Grado o Curso: _____

Escuela donde procede: _____

Instrucciones: Se le solicita su valiosa colaboración para desarrollar este instrumento con la mayor sinceridad posible acerca de sus conocimientos sobre las interpretaciones de las fracciones. La información plasmada en este instrumento será totalmente confidencial y usada solamente con fines de investigación educativa.

Se le agradece de antemano su valiosa colaboración.

1.- Juan se ha comido $\frac{3}{8}$ de un pastel y Pedro $\frac{2}{8}$ del mismo pastel. ¿Cuánto pastel se han comido entre los dos? Explique en un párrafo, con sus propias palabras el procedimiento que utilizo para resolver el problema.

Resolución:	Explicación:
-------------	--------------

2.- La mamá de Juan tiene una botella de 1 litro de refresco, cuando Juan llega a su casa se toma $\frac{3}{4}$ de litro. ¿Cuántos litros de refresco le quedaron a la mamá de Juan? Explique en un párrafo, con sus propias palabras el procedimiento que utilizo para resolver el problema.

Resolución:	Explicación:
-------------	--------------

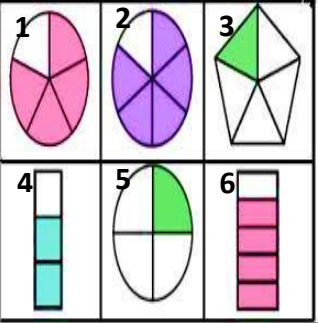
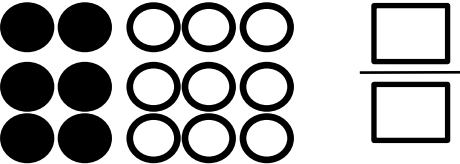
3.- Ana utilizó $\frac{3}{4}$ de una docena de huevos para realizar un pastel, ¿Cuántos huevos utilizo? Explique en un párrafo, con sus propias palabras el procedimiento que utilizo para resolver el problema.

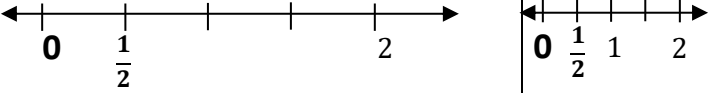

Resolución:	Explicación:
-------------	--------------

4.- Hay 3 barras de chocolates para repartir entre 4 niños. Se reparten en partes iguales sin que sobre nada. ¿Cuánto come cada niño? Explique en un párrafo, con sus propias palabras el procedimiento que utilizo para resolver el problema.

Resolución:	Explicación:
-------------	--------------

Rubrica de Evaluación de los instrumentos de investigación

Desempeño Esperado.		Ítems	Ítems Correctos	Puntuación	Ítems Incorrecto	Puntuación
Continuo	Interpreta una situación de la fracción en su significado parte-todo “continuo” proponiendo una explicación simbólica y gráfica.	<p>Escriba la fracción que representa la parte coloreada en cada gráfico. Escriba las respuestas en la columna derecha.</p>  <p>1. _____ 2. _____ 3. _____ 4. _____ 5. _____ 6. _____</p>	1. $\frac{4}{5}$	1	Cualquier otra respuesta diferente de las descritas en la columna de respuestas correctas.	0
			2. $\frac{5}{6}$	1		0
			3. $\frac{1}{5}$	1		0
			4. $\frac{2}{3}$	1		0
			5. $\frac{1}{4}$	1		0
			6. $\frac{4}{5}$	1		0
Discreto	Interpreta una situación problemática de la fracción, en su significado parte-todo “discreto” proponiendo una explicación simbólica y gráfica.	<p>Dada la serie de fichas, escriba en el recuadro la fracción que representan las fichas negras con respecto al total de fichas. Escriba su respuesta en el recuadro que está a la par.</p> 	$\frac{\boxed{2}}{\boxed{5}}$	1	Cualquier otra respuesta diferente de las descritas en la columna de respuestas correctas.	0

<p>Interpreta una representación gráfica lineal que transmite el significado de la fracción como “medida” y traduce a Representación simbólica.</p>	<p>Ubique el número 1 en la recta numérica a partir del siguiente dato.</p> 		1	Cualquier otra respuesta diferente de las descritas en la columna de respuestas correctas.	0
<p>Interpreta una situación problemática, enunciada, de la fracción en su significado como “cociente” y explica el reparto usando símbolos y gráficas.</p>	<p>Tenemos tres barras de chocolate y hay que repartirlas de forma equitativa (partes iguales) entre cinco niños, ¿cuánto le tocará a cada uno? Use las barras de abajo para ilustrar la respuesta.</p> 	$\frac{3}{5}$	1	Cualquier otra respuesta diferente de las descritas en la columna de respuestas correctas.	0

Indicadores	Ítems	Respuestas Correctas	Puntuación	Respuesta Incorrecta	Puntuación
Resuelve el problema planteado aplicando el algoritmo u otro método de la Adición de fracciones.	Juan se ha comido $\frac{3}{8}$ de un pastel y Pedro $\frac{2}{8}$ del mismo pastel. ¿Cuánto pastel se han comido entre los dos? Explique en un párrafo, con sus propias palabras el procedimiento que utilizo para resolver el problema.	$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$	1	Cualquier otra respuesta diferente de las descritas en la columna de respuestas correctas.	0
Resuelve el problema planteado aplicando el algoritmo u otro método de la sustracción de fracciones.	La mamá de Juan tiene una botella de 1 litro de refresco, cuando Juan llega a su casa se toma $\frac{3}{4}$ de litro. ¿Cuántos litros de refresco le quedaron a la mamá de Juan? Explique en un párrafo, con sus propias palabras el procedimiento que utilizo para resolver el problema.	$1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ $\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$	1	Cualquier otra respuesta diferente de las descritas en la columna de respuestas correctas.	0
Resuelve el problema planteado	Ana utilizó $\frac{3}{4}$ de una docena de huevos para realizar un pastel, ¿Cuántos huevos utilizo? Explique en un párrafo, con sus propias	$12 \times \frac{3}{4} = \frac{36}{4}$	1	Cualquier otra respuesta diferente de las descritas en la columna de	0

<p>aplicando el algoritmo u otro método de la multiplicación de fracciones.</p>	<p>palabras el procedimiento que utilizo para resolver el problema.</p>	<p>= 9</p>		<p>respuestas correctas.</p>	
<p>Resuelve el problema planteado aplicando el algoritmo u otro método de la división de fracciones.</p>	<p>Hay 3 barras de chocolates para repartir entre 4 niños. Se reparten en partes iguales sin que sobre nada. ¿Cuánto come cada niño? Explique en un párrafo, con sus propias palabras el procedimiento que utilizo para resolver el problema.</p>	$\frac{\boxed{3}}{\boxed{4}}$	<p>1</p>	<p>Cualquier otra respuesta diferente de las descritas en la columna de respuestas correctas.</p>	<p>0</p>